

DS n°6 - Durée : 3h30

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Cet énoncé contient 8 pages. L'énoncé n'est pas rendu avec la copie.

Exercices à traiter :

- Exercice 1 (sur 10 points) : Autour de la Lune.
- Exercice 2 (sur 5 points) : Sous l'eau.
- Exercice 3 (sur 5 points) : L'acide lactique comme alternative à la pétrochimie.

Exercice 1 – Autour de la Lune (10 points)

Il y a un peu plus de cinquante ans, le 20 juillet 1969, l'Homme marche pour la première fois sur la Lune grâce à la mission Apollo 11.

Le but de cet exercice est d'étudier différents aspects des missions Apollo 11 et 16 : le décollage depuis la Terre, la mise en orbite autour de la Lune et une expérience de détermination de la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire.



Équipage de la mission Apollo 11 en 1969
(de gauche à droite : N. Armstrong, M. Collins, B. Aldrin)
Source : NASA



Équipage de la mission Apollo 16 en 1972
(de gauche à droite : T. Mattingly, J. Young, C. Duke Jr.)
Source : NASA

Données :

- constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
- masse de la Lune : $M_L = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$
- masse du vaisseau Apollo 11 avec son module lunaire : $m_1 = 4,50 \times 10^4 \text{ kg}$
- rayon de la Terre : $R_T = 6,37 \times 10^3 \text{ km}$
- rayon de la Lune : $R_L = 1,73 \times 10^3 \text{ km}$
- intensité du champ de pesanteur terrestre : $g_T = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

1. Décollage depuis la Terre de la mission Apollo 11

La fusée Saturn V est composée de trois étages contenant du carburant. Lorsqu'ils sont vides, ces étages se décrochent au fur et à mesure de la progression de la fusée.

Le 16 juillet 1969, la fusée Saturn V décolle de cap Canaveral en Floride en emportant l'équipage et le vaisseau Apollo 11 sur lequel est fixé un module lunaire. Elle met en orbite le vaisseau Apollo 11 qui effectue alors 1,5 tour autour de la Terre, afin de permettre la vérification de tous les paramètres du vol. Le vaisseau Apollo 11 est ensuite transféré sur une nouvelle trajectoire grâce au dernier étage de la fusée, qui va le mener à proximité de la Lune.

Pour toute cette partie, l'étude est effectuée dans le référentiel géocentrique ; ce référentiel est supposé galiléen.

Dans ce référentiel, la valeur de la vitesse du vaisseau Apollo 11 sur son orbite supposée circulaire de rayon $R = 6,56 \times 10^3 \text{ km}$ vaut $v_h = 7,79 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.1. Calculer en minutes la valeur de la durée notée Δt passée en orbite terrestre par l'équipage dans le vaisseau Apollo 11.

1.2. La valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du vaisseau Apollo 11 en orbite terrestre est $E_p = -2,74 \times 10^{12}$ J, l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise nulle à grande distance de la Terre.

1.2.1. Calculer la valeur de l'énergie cinétique E_c du vaisseau en orbite terrestre.

1.2.2. En déduire la valeur de l'énergie mécanique E_m du vaisseau en orbite terrestre.

1.3. La valeur de l'énergie mécanique E_{m0} du vaisseau Apollo 11 avant le décollage est : $E_{m0} = -2,81 \times 10^{12}$ J.

1.3.1. Déterminer l'énergie minimale que doit fournir Saturn V pour mettre en orbite terrestre le vaisseau Apollo 11. Conclure, sachant que la fusée Saturn V est un lanceur qui a la capacité de fournir une énergie de l'ordre de 5×10^{12} J pour mettre un corps en orbite autour de la Terre.

1.3.2. Expliquer pourquoi l'énergie cinétique du vaisseau avant le décollage n'est pas nulle dans le référentiel géocentrique.

2. Michael Collins en orbite autour de la Lune lors de la mission Apollo 11

Le vaisseau Apollo 11 se trouve au voisinage de la Lune à une altitude $h_L = 110$ km par rapport au sol lunaire. À cet instant, le module lunaire se détache du vaisseau emportant à son bord les deux astronautes Buzz Aldrin et Neil Armstrong vers le sol lunaire. Le troisième astronaute Michael Collins reste seul en orbite dans le vaisseau qui est animé d'un mouvement supposé circulaire uniforme dans le référentiel d'étude centré sur la Lune et supposé galiléen. Libéré de son module, le vaisseau possède alors une masse m_2 qui n'est plus que de $3,0 \times 10^4$ kg.

Les deux astronautes restent 21 h et 36 min sur le sol lunaire.

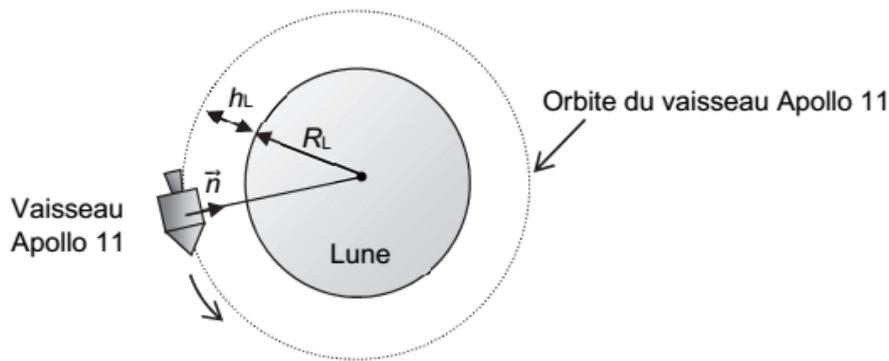


Figure 1. Vaisseau en orbite lunaire à une altitude h_L

On note \vec{n} un vecteur unitaire choisi dans la direction vaisseau – centre de la Lune et dans le sens du vaisseau Apollo 11 vers la Lune (cf. figure 1 ci-dessus). On considère que le vaisseau n'est soumis qu'à l'attraction de la Lune.

2.1. Exprimer la force exercée par la Lune sur Apollo 11. On utilisera le vecteur \vec{n} .

2.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression du vecteur accélération \vec{a} du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L dans le référentiel d'étude.

2.3. Montrer que la norme v du vecteur vitesse du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L a pour expression :

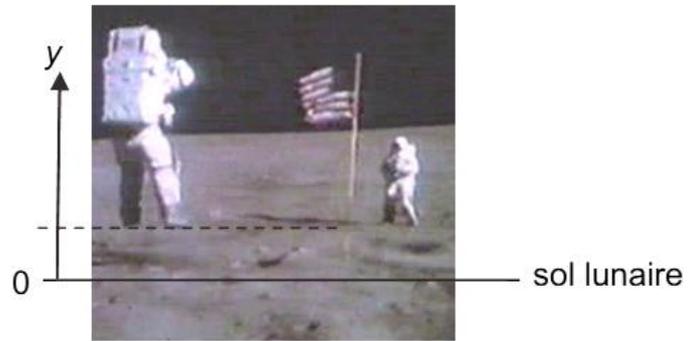
$$v = \sqrt{\frac{G.M_L}{R_L + h_L}}$$

2.4. Rappeler la définition de la période de révolution et calculer la valeur de la période de révolution T du vaisseau Apollo 11.

2.5. Déterminer la valeur du nombre de tours autour de la Lune qu'a fait l'astronaute Michael Collins pendant le séjour des deux autres astronautes sur la Lune

3. Saut de John Young lors de la mission Apollo 16

Lors de la mission Apollo 16 en 1972, l'astronaute John Young fait un grand saut vertical. Cette scène a été filmée et la vidéo est exploitée grâce à un logiciel de pointage. Une image de cette vidéo présentée ci-contre montre John Young au point le plus haut du saut, ses pieds étant alors situés à 60 cm au-dessus du sol. On suppose que le mouvement est vertical.



Source : NASA

On choisit l'axe Oy vertical, orienté vers le haut, l'origine O de cet axe étant situé au niveau du sol lunaire. On repère la position de John Young selon cet axe en pointant la position de ses pieds image par image.

La courbe $y(t)$ donnée ci-dessous représente l'évolution de la hauteur de John Young en fonction du temps pendant son saut sur la Lune. L'origine des dates, $t = 0$ s, est prise au début du saut.

Modélisation numérique obtenue à partir des positions de John Young : $y(t) = -0,86 t^2 + 1,4 t$ avec y en mètre et t en seconde

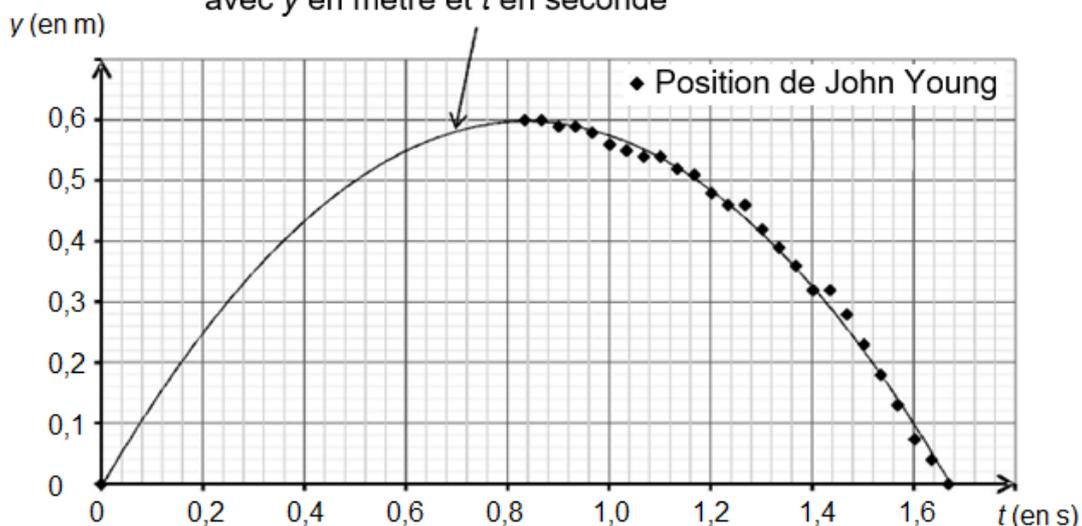


Figure 2. Évolution de la position y des pieds de John Young en fonction du temps t pendant son saut sur la Lune

En l'absence d'atmosphère sur la Lune, on considère que John Young est en chute libre.

3.1. En utilisant la modélisation numérique et en justifiant, déterminer l'expression numérique de la coordonnée verticale du vecteur vitesse, notée $v_y(t)$, de John Young. Calculer la valeur initiale notée v_{0y} .

3.2. En utilisant la modélisation numérique et en justifiant, déterminer la valeur de l'intensité du champ de pesanteur lunaire g_L .

3.3. John Young, avec son scaphandre, a une masse totale d'environ 150 kg et il parvient pourtant à faire un saut vertical de 60 cm sur la Lune. Déterminer les valeurs de la hauteur et de la durée totale d'un saut vertical qu'aurait réalisé John Young avec son équipement sur la Terre avec une vitesse initiale de valeur $1,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans le cadre du modèle de la chute libre. Commenter.

Pour cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et nécessite donc d'être correctement présentée

Exercice 2 – Sous l'eau (5 points)

Les eaux souterraines du littoral contenues dans les nappes phréatiques sont essentielles tant pour les activités humaines que pour l'environnement, mais les intrusions d'eau de mer dans ces nappes peuvent engendrer des pollutions irréversibles. Ce risque d'intrusion saline augmente en raison d'une exploitation excessive par pompage des eaux souterraines afin de faire face à une population qui ne cesse d'augmenter sur le littoral.

Ainsi, une surveillance de la qualité des eaux souterraines sur la bordure du littoral est nécessaire afin d'éviter ce risque d'intrusion d'eau saline dans la nappe phréatique.

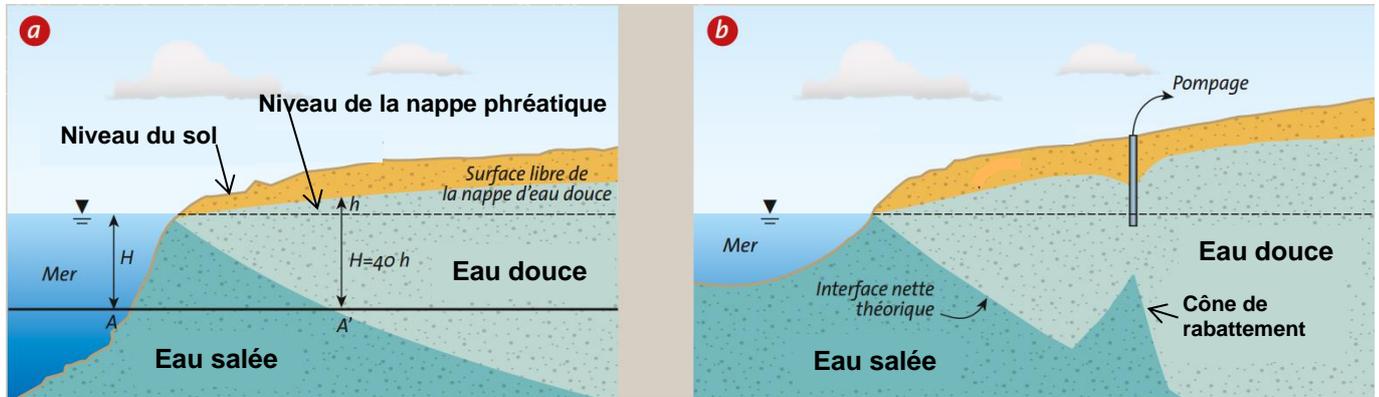


Figure 1 : Lors de l'exploitation d'un forage dans une nappe phréatique côtière, un cône de rabattement se forme au niveau de la surface de la nappe, qui modifie l'interface entre l'eau douce et l'eau salée.

Source : d'après <https://library.ensh.dz>.

L'objectif de cet exercice est de déterminer la concentration en masse en ion chlorure d'un prélèvement d'eau afin de prévenir une éventuelle intrusion d'eau marine dans la nappe souterraine.

A. L'eau salée de la mer Méditerranée

Données :

- Des classes de concentrations peuvent être définies en fonction des concentrations en ions chlorure :

Concentration en masse d'ions chlorure ($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)	Inférieure à 50	Entre 50 et 200	Entre 200 et 500	Supérieure à 500
Observations	Absence de contamination	Concentration dite « naturelle », l'eau est potable	L'eau ne peut pas être utilisée pour la production d'eau potable. Sauf cas exceptionnel, de telles concentrations ne sont pas naturelles	Importante contamination de l'ouvrage par les ions chlorure

- Masses molaires atomiques (en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

$\text{Cl}^-_{(\text{aq})}$	$\text{Na}^+_{(\text{aq})}$	$\text{Mg}^{2+}_{(\text{aq})}$
35,5	23,0	24,3

On détermine dans un premier temps la concentration en masse en ion chlorure de l'eau de la mer Méditerranée puis on titre les ions chlorure de l'eau douce d'une eau souterraine. La présence des ions chlorure Cl^- dans l'eau de mer est principalement due à la dissolution du chlorure de sodium $\text{NaCl}_{(\text{s})}$ dans l'eau mais le chlorure de magnésium $\text{MgCl}_{2(\text{s})}$ participe aussi à la salinité de l'eau de mer.

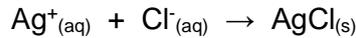
- Écrire l'équation de la réaction modélisant la dissolution du chlorure de magnésium $\text{MgCl}_{2(\text{s})}$ dans l'eau. Cette transformation est considérée totale.
- Sachant que la concentration en quantité de matière de chlorure de magnésium $\text{MgCl}_{2(\text{s})}$ dans l'eau de mer vaut $c = 4,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, déterminer la concentration en quantité de matière en ions chlorure $\text{Cl}^-_{(\text{aq})}$ apportés par $\text{MgCl}_{2(\text{s})}$, notée $[\text{Cl}^-_{(\text{aq})}]$.
- La concentration en masse en ions chlorure $\text{Cl}^-_{(\text{aq})}$ apportés par le chlorure de sodium $\text{NaCl}_{(\text{s})}$ dans l'eau a pour valeur $c_m = 16,5 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$. Déterminer alors la concentration totale en masse en ions chlorure dans la mer Méditerranée.

B. Titration des ions chlorure de l'eau douce des eaux souterraines

La concentration en masse en ions chlorure de l'eau douce qui se trouve proche de la zone de pompage doit être surveillée. Pour cela, un prélèvement d'eau de 50,0 mL est effectué au niveau du pompage.

On titre ensuite les ions chlorure de cette solution d'eau par une solution de nitrate d'argent ($\text{Ag}^+_{(aq)} + \text{NO}_3^-_{(aq)}$) de concentration en quantité de matière $C_0 = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Le titrage est suivi par conductimétrie. L'équation de la réaction support du titrage est :



Données :

Conductivités molaires ioniques à 25°C ($\text{S}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$)

$\lambda_{\text{Cl}^-_{(aq)}}$	$\lambda_{\text{Ag}^+_{(aq)}}$	$\lambda_{\text{NO}_3^-_{(aq)}}$
$76,3 \times 10^{-4}$	$71,4 \times 10^{-4}$	$61,9 \times 10^{-4}$

B.1. Identifier, parmi les trois courbes I, II et III proposées sur le graphique de la **figure 2** suivante, celle qui représente l'évolution simulée de la conductivité σ du mélange en fonction du volume V de solution de nitrate d'argent versé. Justifier votre réponse, en particulier en utilisant les données ci-dessus.

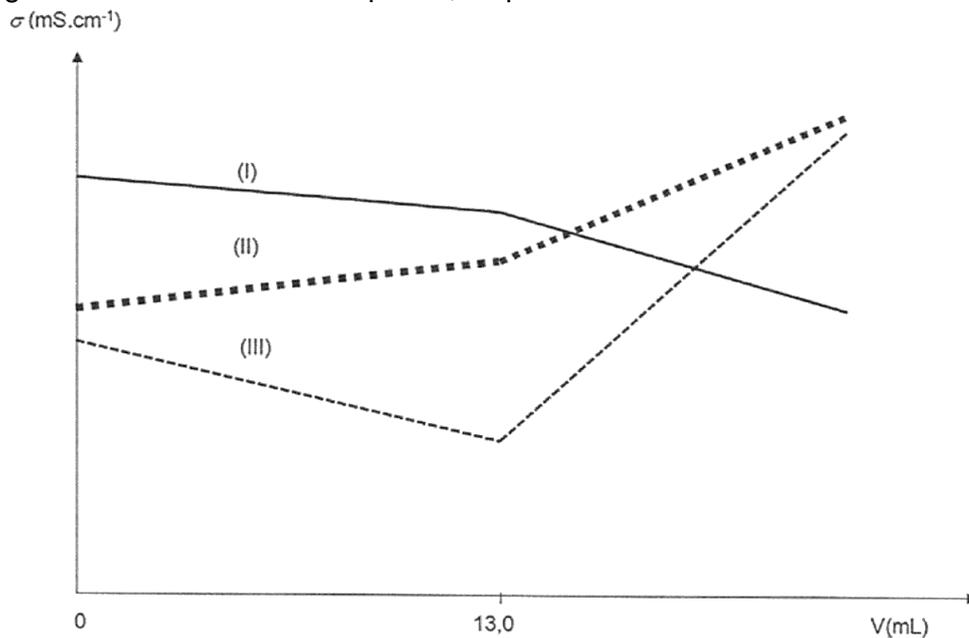


Figure 2 : Évolution simulée de la conductivité σ du mélange en fonction du volume V de solution de nitrate d'argent versé

B.2. Le volume versé à l'équivalence est $V_E = 13,0 \text{ mL}$. En déduire si l'eau du prélèvement peut être utilisée pour l'alimentation en eau potable.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

C. Modélisation d'un titrage

Ce titrage peut être modélisé en utilisant le langage de programmation Python (extrait du programme en **figure 3**). L'objectif est de visualiser l'évolution des quantités de matière des ions $\text{Ag}^+_{(aq)}$, des ions $\text{Cl}^-_{(aq)}$, et du produit $\text{AgCl}_{(s)}$ au cours du titrage (**figure 4**).

C.1. Les quantités de matière n_A , n_B et n_C , mentionnées et calculées aux lignes 21, 22, 23, 28, 29 et 30 du programme Python (**figure 3**) sont représentées sur la **figure 4**. En justifiant à l'aide du programme Python ou à l'aide de la figure 4, identifier les espèces chimiques A, B et C.

C.2. Écrire sur votre copie la ligne 15 complète du programme Python de la **figure 3** afin qu'il calcule la concentration en quantité de matière en ions chlorure.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Définition des quantités de matière de A, B et C
5 nA=[ ]
6 nB=[ ]
7 nC=[ ]
8
9 # Conditions expérimentales
10 cB = 0.01 # Saisie de la concentration de la solution titrante (mol/L)
11 vA = 50 # Saisie du volume initial de solution titrée (mL)
12 VE = 13 # Saisie du volume équivalent (mL)
13
14 # Calcul de la concentration en quantité de matière en ions chlorure
15 cA = ?
16 print("Concentration en quantité de matière en ions chlorure = ",cA, "mol/L")
17
18 # Calcul des quantités de matière en mmol avant et à l'équivalence
19 # en fonction du volume V de solution titrante versé
20 def avant_Eqv(V) :
21     nA.append(cA*VA - cB*V)
22     nB.append(0)
23     nC.append(cB*V)
24
25 # Calcul des quantités de matière en mmol après l'équivalence
26 # en fonction du volume V de solution titrante versé
27 def apres_Eqv(V) :
28     nA.append(0)
29     nB.append(cB*V - cA*VA)
30     nC.append(cA*VA)

```

Figure 3 : Extrait du programme écrit en langage Python

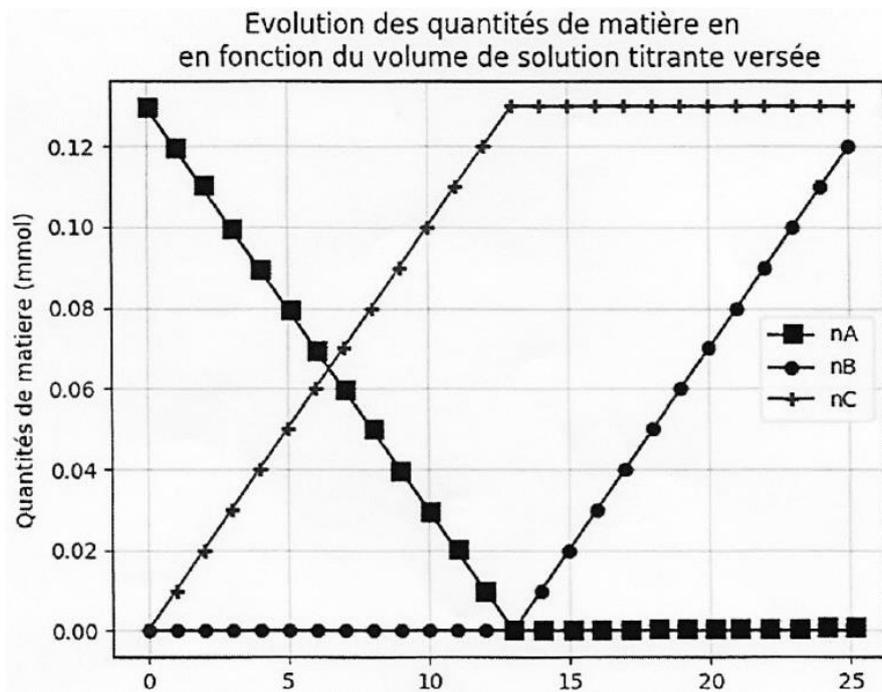


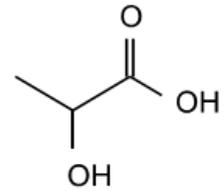
Figure 4 : Évolutions des quantités de matière des ions $\text{Ag}^+_{(aq)}$, des ions $\text{Cl}^-_{(aq)}$, et du produit $\text{AgCl}_{(s)}$ au cours du titrage obtenues à l'aide du programme écrit en langage Python

Exercice 3 – L'acide lactique comme alternative à la pétrochimie (5 points)

L'acide lactique, obtenu par fermentation du glucose par exemple, est à la base de nombreux dérivés utilisés dans l'industrie, proposant ainsi une alternative à la pétrochimie. L'un de ces dérivés, le lactate d'éthyle, est un ester ; il est utilisé comme additif alimentaire, dissolvant pour vernis, dégraissant de pièces métalliques...

Données

- Formule brute de l'acide lactique : $C_3H_6O_3$
- Masse molaire de l'acide lactique : $M = 90,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Formule topologique de l'acide lactique donnée ci-contre :

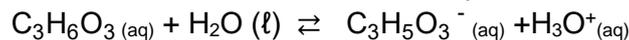


A. L'acide lactique ou acide 2-hydroxypropanoïque

A.1. Écrire la formule semi-développée de l'ion lactate, base conjuguée de l'acide lactique.

On souhaite mesurer le pK_A du couple acide lactique/ion lactate.

L'équation de la réaction modélisant la transformation acido-basique entre l'acide lactique et l'eau est :



A.2. Identifier les deux couples acide-base mis en jeu dans cette transformation.

A.3. Donner la définition de la constante d'acidité K_A du couple acide lactique/ion lactate.

A.4. Montrer que la constante d'acidité K_A du couple de l'acide lactique peut s'exprimer sous la forme :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]^2}{(C - [H_3O^+]) \cdot c^\circ}$$

avec C concentration en acide apporté et $c^\circ = 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ la concentration standard.

On mesure le pH d'une solution aqueuse d'acide lactique, de concentration en acide apporté $C = 8,00 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. On obtient : $pH = 3,03$.

A.5. Calculer la concentration en quantité de matière d'ions oxonium H_3O^+ de cette solution.

A.6. Justifier que l'acide lactique n'est pas un acide fort.

A.7. En déduire la valeur de la constante d'acidité K_A puis la valeur du pK_A .

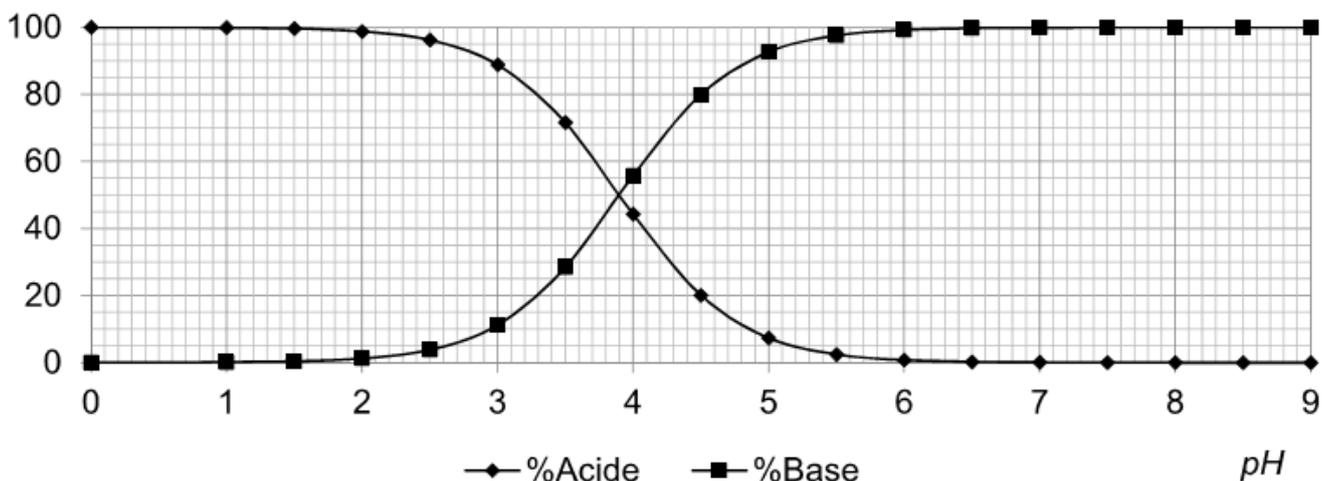
On effectue une série de douze mesures du pH de la solution aqueuse d'acide lactique, de concentration en acide apporté $C = 8,00 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Le traitement statistique des résultats de ces mesures aboutit à une valeur moyenne du pK_A , notée pK_{Am} , de 3,881667 avec une incertitude-type, notée $u(pK_A)$, de 0,028335.

A.8. En gardant deux chiffres significatifs pour l'incertitude-type, écrire le résultat de la mesure du pK_A sous la forme $(\dots \pm \dots)$ et commenter par rapport à la valeur trouvée en A.7.

Le diagramme de distribution du couple de l'acide lactique est donné ci-dessous.

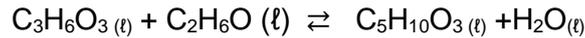
Diagramme de distribution du couple de l'acide lactique



A.9. En exposant la démarche, déterminer la valeur du pK_A du couple de l'acide lactique à l'aide de ce diagramme de distribution.

B. Estérification de l'acide lactique

Le lactate d'éthyle peut être synthétisé à partir de l'acide lactique et de l'éthanol. L'équation de réaction d'estérification associée à cette transformation est la suivante :

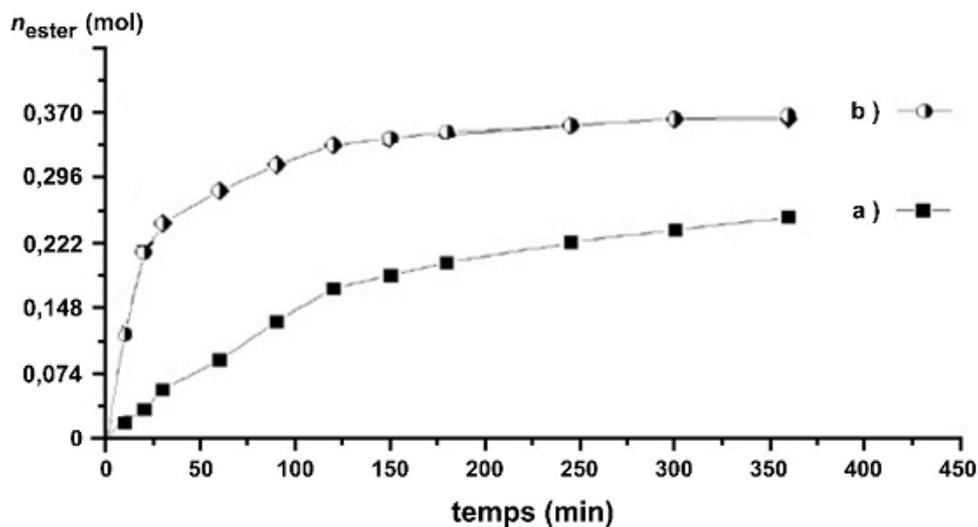


Pour étudier l'influence de différents paramètres sur cette transformation, on fait réagir deux systèmes chimiques identiques de même volume mais dans des conditions différentes.

	Mélange initial	Protocole
Expérience (a)	0,741 mol d'acide lactique et 0,850 mol d'éthanol	Chauffage à reflux à 80 °C
Expérience (b)	0,741 mol d'acide lactique, 0,850 mol d'éthanol et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré	Chauffage à reflux à 80 °C

Par une succession de dosages à différents instants, on peut suivre l'évolution temporelle de la transformation. On obtient alors les deux courbes suivantes :

Quantité d'ester formé n_{ester} au cours du temps



Source : D'après CNRS

On note V , le volume du milieu réactionnel, supposé constant.

B.1. Indiquer, en justifiant à l'aide des informations précédentes, si la transformation est totale.

B.2. En analysant qualitativement la courbe (b), indiquer l'évolution de la vitesse volumique v_a d'apparition de l'ester.

B.3. Indiquer, en argumentant, si pour l'expérience (a) l'état final est atteint au bout de 350 min.