



Lien entre mathématiques et physique-chimie : Nombre dérivé, fonction dérivée

1. Le nombre dérivé

1.1. Taux de variation et nombre dérivé : définitions mathématiques

On considère une fonction $x \mapsto f(x)$.

Le taux de variation de cette fonction entre x_0 et $x_0 + \Delta x$ vaut par définition :

$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x}(x_0)$$

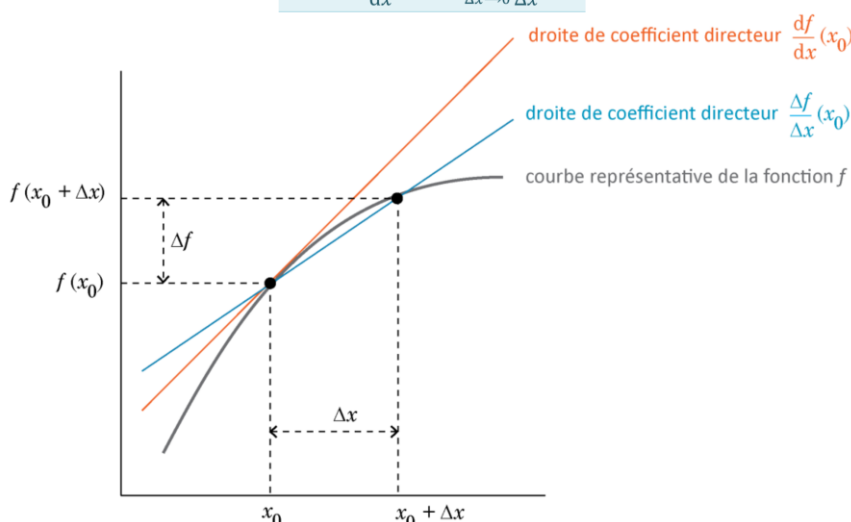
Le **taux de variation** représente le coefficient directeur de la droite bleue représentée ci-dessous.

Lorsque Δx tend vers 0, le taux de variation représente le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse x_0 (droite orange ci-dessous).

On l'appelle le **nombre dérivé** de la fonction f en x_0 . Il peut être noté de deux manières :

$$f'(x_0) \quad \text{ou} \quad \frac{df}{dx}(x_0)$$

$$f'(x_0) = \frac{df}{dx}(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}(x_0)$$



Interprétation du nombre dérivé : le sens de variation de la fonction

Le nombre dérivé étant le coefficient directeur de sa tangente au point d'abscisse x_0 :

- Si ce nombre dérivé est **positif**, alors la fonction est **croissante** en x_0 .
- Si ce nombre dérivé est **négatif**, alors la fonction est **décroissante** en x_0 .
- Si ce nombre dérivé est **nul**, alors la fonction a un maximum ou minimum en x_0 ou la courbure de la courbe change de sens en x_0 .

1.2. Différence de notation entre les mathématiques et la physique-chimie

En physique-chimie, souvent, les grandeurs dépendent du temps : la variable est donc souvent t .

Si $x(t)$ représente la valeur d'une distance parcourue par un point sur un axe horizontal (exprimée en mètre) à la date t , alors le nombre dérivé de cette distance s'exprime en mètre par seconde : il représente sa vitesse à la date t .

Pour cette raison, entre autres, les physico-chimistes préfèrent la notation « $\frac{d}{dt}$ » à la notation « prime » : cela fait apparaître l'unité de la grandeur que l'on calcule au moyen du nombre dérivé.

Par exemple on écrira :

