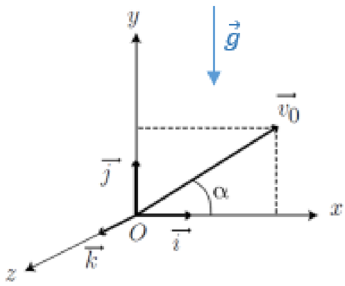
Modèle des mouvements dans un champ uniforme

A- Champ uniforme

Un champ est une propriété physique définie en tout point de l'espace, modélisée par une grandeur scalaire (nombre) ou une grandeur vectorielle (vecteur). Un champ est **uniforme** lorsqu'il est le même dans tout l'espace considéré.

B- Champ de pesanteur au voisinage de la surface d'un astre

Au voisinage de la surface d'un astre pour des mouvements de faible amplitude par rapport à la courbure du rayon terrestre on peut considérer que le champ de pesanteur $\vec{g}$ est uniforme.



Caractéristiques du champ de pesanteur $\vec{g}$:

- ☐ **Direction** : verticale
- ☐ **Sens** : vers le bas
- ☐ **Valeur** : à la surface de la Terre g= 9,81 m·s^{-2}

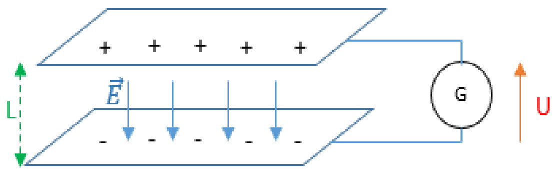
Expression dans le repère d'espace (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$) ci-contre : $\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix}$

Définition d'une chute libre : Modèle d'un mouvement d'un système uniquement soumis à son poids.

2e loi de Newton dans le cas de la chute libre : $\vec{a} = \vec{g}$, indépendante de la masse du système.

C- Champ électrique créé par un condensateur plan

Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques conductrices, appelées armatures, en regard l'une de l'autre, chargées électriquement (signes des charges opposés) parallèles et distantes d'une distance L.

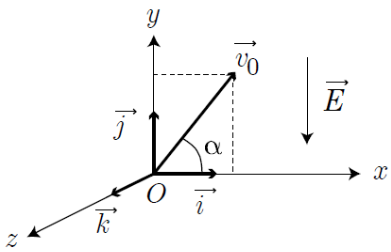


Dans ces conditions, si on impose une tension constante U aux bornes des armatures du condensateur plan alors il existe un champ électrique $\vec{E}$ uniforme entre celles-ci.

Caractéristiques du champ électrique $\vec{E}$:

- ☐ **Direction** : perpendiculaire aux armatures
- ☐ **Sens** : de l'armature positive vers l'armature négative
- ☐ **Valeur** : $E = \frac{U}{L}$ avec U en V, L en m et E en V·m^{-1}

Expression dans le repère d'espace (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$) : $\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ -E \\ 0 \end{pmatrix}$



D- Forces et champs

Lorsqu'un système est dans un champ, il subit une force dont les caractéristiques sont liées aux caractéristiques du champ à une ou plusieurs caractéristiques du système.

Force	Situation	Valeur	Direction	Sens
Poids $\vec{P} = \vec{F}_{Terre/objet}$	Tout système A de masse m dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ de la terre (X)	$P = mg$	Verticale	Vers le bas
Force électrique	Tout système A de charge q dans un champ électrique $\vec{E}$ créé par X.	$F = qE$	Même direction que $\vec{E}$	$q > 0$: même sens que $\vec{E}$ $q < 0$: sens opposé à $\vec{E}$

DEUX MODÈLES, DEUX APPROCHES

Deuxième loi de Newton

2ème loi de Newton
équations horaire d'un mouvement
(dépendant du repère choisi)

Etude énergétique

Bilan d'énergie mécanique
Théorème de l'énergie cinétique

pour déterminer

Caractéristique du vecteur accélération
Caractéristique du vecteur vitesse
Caractéristique de la trajectoire
Caractéristique du mouvement : *durée, portée*
Caractéristique initiale : *vitesse initiale, angle de tir*

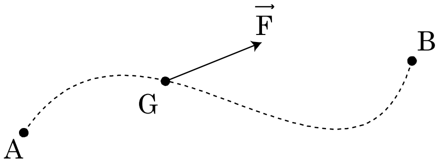
Valeur de la vitesse
Altitude d'un point
Intensité d'une force conservatrice

E- Approche énergétique (rappels de première)

E1. Le travail d'une force : un mode de transfert d'énergie

Le travail est un **mode de transfert d'énergie** entre deux systèmes qui interagissent mécaniquement. Le travail s'exprime en joule (J).

Travail de la force $\vec{F}$ sur le trajet AB :

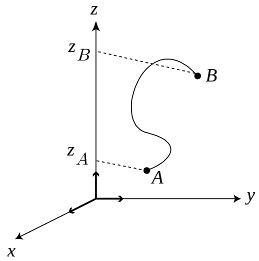


$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos(\alpha)}$$

α étant l'angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$.

- **Le travail du poids**

Système étudié : on considère un système de masse *m*, dans le champ de pesanteur uniforme, dont le centre de masse se déplace d'une position A vers une position B.

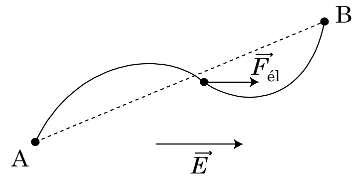


$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = \boxed{W_{AB}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_A)}$$

- il ne dépend que de la variation d'altitude du centre d'inertie du système ;
- il est moteur pour un système dont l'altitude diminue ;
- il est résistant pour un système dont l'altitude augmente.

- **Le travail de la force d'interaction électrostatique constante**

Système étudié : on étudie ici un système de charge *q (>0 sur le schéma)*, en mouvement dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E}$ constant.
Puisque le champ électrique est constant, la force électrostatique qui s'exerce sur le système est constante.



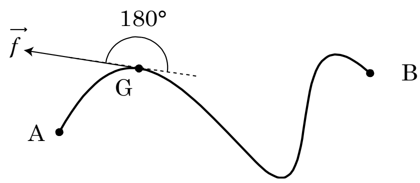
$$W_{AB}(\overrightarrow{F_{él}}) = \overrightarrow{F_{él}}\cdot\overrightarrow{AB} = q\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB}$$

Pour un champ électrostatique constant, le produit scalaire $\vec{E}\cdot\overrightarrow{AB}$ est appelé **tension électrique U_{AB}** entre les points A et B. D'où, finalement : $\boxed{W_{AB}(\overrightarrow{F_{él}}) = q \times U_{AB}}$

Ce travail ne dépend que de la tension entre les deux positions initiales et finales occupées par le centre d'inertie du système.

- **Le travail d'une force de frottement de valeur constante**

La force de frottement exercée par un fluide sur un système en mouvement s'exerce toujours dans une direction **tangente à la trajectoire** et dans le **sens opposé** au mouvement. Lorsque la vitesse est constante, la valeur de la force de frottement est constante. Alors son travail sur un système en mouvement entre deux positions *A* et *B* vaut : $\boxed{W_{AB}(\vec{f}) = -f \times \widetilde{AB}}$ $\widetilde{AB}$ étant la **distance totale** parcourue.



- il est toujours résistant ;
- il dépend du chemin suivi entre A et B ;
- plus la distance parcourue est longue, plus il est résistant.

E2. Théorème de l'énergie cinétique

Le travail reçu par un système est stocké sous forme d'énergie cinétique, on a donc la variation d'énergie cinétique d'un système entre deux positions A et B ($\Delta Ec_{A\text{->}B}$) est égale à la somme des travaux des forces extérieure qui s'exercent sur celui-ci : $\boxed{\Delta Ec_{A\rightarrow B}\ Ec_B - Ec_A = \sum W_{AB}(\overrightarrow{F_{ext}})}$

Ce théorème se démontre à l'aide de la 2ème loi de Newton, elle lui est donc équivalente.

E3. Forces conservatives et énergie potentielle

a. Forces conservatives

On considère un système se déplaçant de A vers B, soumis à une force dont le travail est résistant : son énergie cinétique diminue. On peut cependant distinguer deux cas :

- **1er cas** : si le système effectue le trajet inverse, il récupère son énergie cinétique initiale. C'est le cas, par exemple, si la force exercée est le poids du système. Une telle force est dite **conservative**.
- **2ème cas** : le fait d'effectuer le trajet inverse ne permet pas de récupérer l'énergie cinétique perdue. C'est le cas, par exemple, si la force est un frottement. Une telle force est dite **non conservative**.

b. Définition de l'énergie potentielle

Un système soumis à une force conservative dont le travail est résistant perd de l'énergie cinétique. Cette énergie perdue peut être restituée si le système effectue le trajet inverse. Cette énergie n'est donc plus cinétique mais est toujours stockée par le système. Cette forme de stockage d'énergie est appelée **énergie potentielle**.

La variation de l'énergie potentielle du système soumis à une force conservative $\overrightarrow{F_C}$ est égale à l'opposé du travail de cette force : $\boxed{\boldsymbol{Ep_B - Ep_A = -W_{AB}(\vec{P})}}$

L'énergie potentielle de pesanteur du système à une position d'altitude z vaut donc : $Ep_p - 0 = mg(z - 0)$ d'où $\boxed{\boldsymbol{Ep_p = mgz}}$

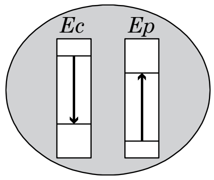
- ▷ Ep_p : énergie potentielle de pesanteur (en J)
- ▷ m : masse du système (en kg)
- ▷ $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$: champ de pesanteur uniforme
- ▷ z : altitude par rapport à une référence (en m)

Sens physique de l'énergie potentielle :

▶ Si un système est soumis à une force conservative dont le travail est résistant (négatif) :

→ son énergie cinétique diminue (la variation d'énergie cinétique est égale au travail de cette force) ;

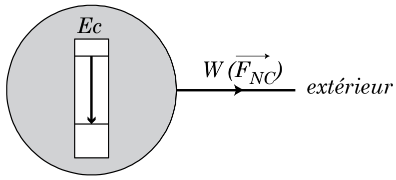
→ l'énergie cinétique perdue est **convertie en énergie potentielle** : sur le trajet inverse, cette énergie redeviendrait cinétique.



▶ Si un système est soumis à une force non conservative dont le travail est résistant :

→ son énergie cinétique diminue (la variation d'énergie cinétique est égale au travail de cette force) ;

→ L'énergie correspondant à cette diminution est **cédée à l'extérieur**. Sur le trajet inverse, cette énergie n'est pas restituée.



E4. L'énergie mécanique et sa conservation

a. Définition de l'énergie mécanique

On appelle énergie mécanique la somme de l'énergie cinétique du système et de ses énergies potentielles.

$$\boxed{E_m = E_c + \sum E_p}$$

b. Conservation de l'énergie mécanique

On considère un système soumis :

→ à des forces conservatives de somme $\overrightarrow{F_C}$

→ à des forces non conservatives de somme $\overrightarrow{F_{NC}}$

Alors la variation de son énergie mécanique entre deux positions A et B vaut :

$$Em_B - Em_A = \underbrace{Ec_B - Ec_A}_{\substack{travaux\ de \\ TOUTES\ les\ forces}} + \underbrace{\sum Ep_B - \sum Ep_A}_{\substack{-travaux\ des\ forces \\ CONSERVATIVES}} = W_{AB}\left(\overrightarrow{F_{NC}}\right) = W_{AB}\left(\overrightarrow{F_C}\right) + W_{AB}\left(\overrightarrow{F_{NC}}\right) - W_{AB}\left(\overrightarrow{F_C}\right)$$

$$\boxed{Em_B - Em_A = W_{AB}\left(\overrightarrow{F_{NC}}\right)}$$

Conclusion :

▶ Si un système n'est **soumis qu'à des forces conservatives**, son **énergie mécanique est constante,** sa variation est nulle. Les travaux des forces conservatives correspondent à un changement de forme d'énergie.

▶ S'il est soumis à des **forces non conservatives**, son **énergie mécanique n'est pas constante** et sa variation est égale aux travaux des forces conservatives. Les travaux des forces conservatives correspondent alors à un transfert d'énergie vers l'extérieur.