

DS n°6 - Durée : 3h30

L'usage de la calculatrice est autorisé.

*Cet énoncé contient 9 pages dont **une annexe recto-verso à rendre avec la copie***

Exercices à traiter :

- Exercice 1 (sur 10 points) : Autour de la Lune.
- Exercice 2 (sur 5 points) : Du lactose au yaourt.
- Exercice 3 (sur 5 points) : Un peu de vanille dans votre yaourt ?

Exercice 1 – Autour de la Lune (10 points)

Le programme Artemis est un programme spatial habité de la NASA, l'agence spatiale américaine, dont l'objectif est d'amener un équipage sur le sol lunaire d'ici 2024. Celui-ci doit déboucher sur une exploration durable sous la forme de l'installation d'un poste permanent sur la Lune.

Source : Wikipédia



Source : Nasa

La partie A s'intéressera à la mise en place d'un satellite de télécommunication autour de la Lune.

La partie B analysera l'alunissage du module lunaire de la mission Artemis III.

La partie C s'intéressera à l'observation d'un critère de la face visible depuis la Terre.

Données communes à tout l'exercice :

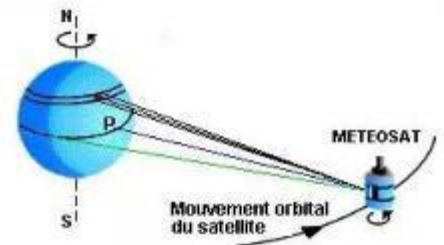
- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

A- Étude d'un satellite de télécommunication

L'étude ne portera que sur un seul satellite dont l'orbite autour de la Lune sera considérée comme circulaire.

On négligera l'influence de la Terre sur le mouvement du satellite.

« L'orbite des satellites géostationnaires se trouve dans le plan équatorial de la Terre à une altitude de près de 36 000 km. De ce fait, ils tournent à la même vitesse angulaire que la Terre. Ils sont donc fixes par rapport à un observateur situé sur la Terre et voient ainsi toujours le même disque terrestre. »

Source : <http://education.meteofrance.fr/>**Données :**

- Masse de la Lune : $M_L = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$
- Rayon de la Lune : $R_L = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$
- Période de rotation de la Lune sur elle-même : $T = 27,3 \text{ jours} = 655 \text{ h}$.
- Périmètre d'un cercle : $P = 2\pi R$

Le document 1 de l'annexe 1 à rendre avec la copie donne la trajectoire circulaire du centre du satellite (S) de masse notée M_S , autour du centre de la Lune (L) où \vec{u} est le vecteur unitaire orienté de L vers S. La distance entre le point S et le point L est notée d_{LS} .

A.1. Proposer une définition de ce que pourrait être un satellite lunostationnaire en comparant sa période de révolution autour de la Lune à la période de rotation de la Lune sur elle-même.

A.2. Représenter la force d'interaction gravitationnelle $\vec{F}_{L/S}$ exercée par la Lune sur ce satellite sans souci d'échelle sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.

A.3. Donner l'expression de cette force $\vec{F}_{L/S}$ en fonction de G , M_S , M_L , d_{LS} et \vec{u} .

A.4. À l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération \vec{a}_G du centre du satellite en fonction de G , M_L , d_{LS} et \vec{u} .

A.5. Sur l'annexe 1 à rendre avec la copie, représenter le vecteur unitaire tangentiel \vec{u}_T et le vecteur unitaire normal \vec{u}_N du repère de Frenet puis donner l'expression du vecteur accélération \vec{a}_G dans le repère de Frenet en fonction de G , M_L , d_{LS} et \vec{u}_N .

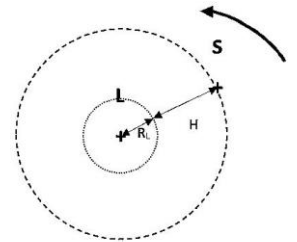
A.6. Donner les expressions des deux coordonnées du vecteur accélération \vec{a}_G dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon R .

A.7. À l'aide des réponses aux deux questions précédentes, justifier que la vitesse V du satellite est constante et montrer que son expression dans le repère de Frenet en fonction de G , M_L et d_{LS} est :

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot M_L}{d_{LS}}}$$

A.8. En exploitant la valeur que doit avoir la période d'un satellite lunostationnaire (question A.1.), démontrer que pour que le satellite soit fixe par rapport à la Lune, il doit être à une altitude $H = 8,67 \times 10^7$ m par rapport à la surface de la Lune.

Dans cette question, la qualité de la rédaction, la structuration de l'argumentation et la rigueur des calculs seront valorisées.



B- Alunissage

Le vaisseau lunaire HLS (*Human Landing System*) a pour rôle de déposer deux astronautes sur le sol lunaire. À la surface, il sert d'habitat durant la mission d'une durée initiale d'environ une semaine puis il ramène l'équipage à la station spatiale.

Une simulation de l'alunissage a été menée sur un simulateur de mouvement vertical (VMS) dans un repère indiqué sur la figure 1 ci-dessous. Cette simulation commence à 152,4 m d'altitude avec un vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 dont les coordonnées sont les suivantes :



Source : NASA

$$\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = 18,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_{0y} = -4,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{pmatrix}$$

La trajectoire de référence d'une durée de 95 s, permet de poser le module sur le sol lunaire en toute sécurité. Une trajectoire incontrôlée d'une durée de 30 s qui conduirait à un impact sur le sol lunaire mettant un terme à la mission est représentée figure 1.

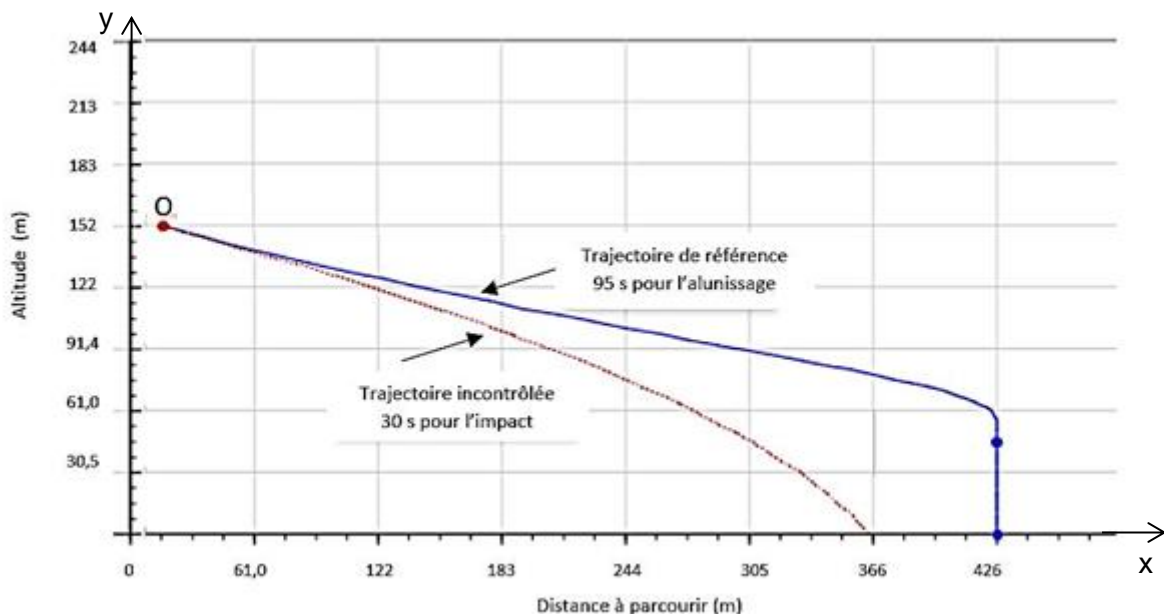


Figure 1. Trajectoires de référence et incontrôlée d'un atterrisseur lunaire dans le plan vertical

Source : D'après AIAA Space 2008 Conference ,9 – 11 September 2008, San Diego, CA

Données :

- Valeur du champ de pesanteur sur la lune : $g_L = 1,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Équations horaires d'une chute libre dans un champ de pesanteur uniforme avec un vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 non nul avec le repère choisi :

$$x(t) = v_{0x} \cdot t + x_0 \quad (1) \qquad y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g_L \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0 \quad (2)$$

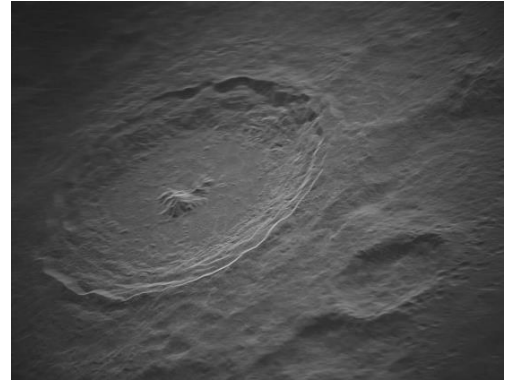
B.1. Sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, représenter au point O de coordonnées x_0 et y_0 , le vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 sans souci d'échelle et le vecteur champ de pesanteur \vec{g}_L .

B.2. Justifier le signe (négatif ou positif) de chacun des trois termes de l'expression du polynôme du 2nd degré $y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g_L \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0$

B.3. En supposant que la trajectoire incontrôlée de la figure 1 corresponde à une chute libre, à l'aide de l'équation horaire (1) et de la figure 1, calculer la durée t_d de descente de l'alunisseur. En déduire si l'alunisseur dans sa trajectoire incontrôlée est ou pas en chute libre.

C- Observation de la Lune depuis la Terre.

Lorsqu'on observe la face visible de la Lune, on distingue de grandes étendues sombres, appelées mers lunaires, et des milliers de petites tâches correspondant à des cratères. Le cratère Tycho, situé dans l'hémisphère sud de la face visible de la Lune, est né il y a un peu plus d'une centaine de millions d'années suite à l'impact d'un astéroïde. Son diamètre est de 86 km. Le centre du cratère est occupé par un ensemble de montagnes dont la base s'étale sur une quinzaine de kilomètres. Le piton central s'élève à plus de 2 000 mètres d'altitude.



L'objectif de cette troisième partie est de concevoir une lunette astronomique permettant de visualiser certains détails de la surface lunaire depuis la Terre.

Données :

- Le pouvoir séparateur de l'œil humain est la valeur minimale de l'angle θ , supposé petit devant 1 rad, sous lequel l'œil peut distinguer deux points lumineux A et B : $\varepsilon = 2,9 \times 10^{-4}$ rad. On suppose que $\tan(\theta) \approx \theta$ avec θ exprimé en rad.
- Distance moyenne Terre-Lune : $d_{TL} = 3,844 \times 10^5$ km.

C.1. Calculer l'angle θ sous lequel est vu le cratère Tycho depuis la Terre. En déduire s'il est possible de distinguer les contours du cratère à l'œil nu.

Sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, une lunette est modélisée par l'association de deux lentilles minces convergentes.

C.2. Parmi les deux lentilles utilisées, identifier celle qui joue le rôle de l'oculaire et celle qui joue le rôle de l'objectif.

C.3. Sur le schéma donné en **annexe 1 à rendre avec la copie** :

- placer les foyers objet et image de la lentille L_2 , respectivement notés F_2 et F'_2 , sachant que la lunette est afocale ;
- faire apparaître l'image intermédiaire A_1B_1 et l'angle θ' sous lequel est vue l'image finale $A'B'$ de $A_\infty B_\infty$ à travers la lunette, sachant que le point B_∞ est considéré à l'infini ;
- construire la marche du faisceau lumineux issu du point B_∞ et passant par L_1 au travers de la lunette.

C.4. Définir le grossissement de la lunette en fonction de θ et θ' .

On admet que le grossissement de la lunette s'exprime aussi par la relation : $G = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}}$ où f'_{obj} et f'_{oc} représentent respectivement les distances focales de l'objectif et de l'oculaire.

C.5. Déterminer la valeur limite de la distance focale de l'oculaire qu'il faut associer à un objectif de distance focale 300 mm pour pouvoir distinguer l'ensemble de montagnes qui occupe le centre du cratère Tycho. *Le candidat est invité à présenter sa démarche même si elle n'est pas complètement aboutie.*

Exercice 2 - Du lactose au yaourt (5 points)

Les anthocyanes sont des espèces chimiques responsables de la couleur de nombreux végétaux comme le chou rouge, l'hortensia ou encore l'aubergine. Une des propriétés remarquables des anthocyanes est que leur couleur en solution dépend fortement du pH de la solution.

Dans cet exercice, on se propose de modéliser un indicateur coloré naturel contenant des anthocyanes pour pouvoir l'utiliser lors du titrage d'un lait fermenté.

Données :

- constante d'acidité à 20°C du couple acide lactique / ion lactate : $K_A = 10^{-3,9} = 1,3 \times 10^{-4}$;
- masse molaire de l'acide lactique : $M_{AH} = 90,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- l'acidité Dornic d'un lait, exprimée en degré Dornic de symbole °D, est reliée à la concentration en masse d'acide lactique dans ce lait en considérant qu'il est le seul acide présent : 1,0 °D correspond à une concentration en masse en acide lactique égale à $0,10 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$;
- la valeur de la concentration standard c° est égale à $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

1. Modélisation d'un indicateur coloré naturel issu du chou rouge

La couleur du chou rouge est principalement due à la présence d'une vingtaine d'anthocyanes différentes. Pour comprendre l'influence du pH du milieu sur la couleur, on modélise ce mélange complexe d'espèces chimiques par une seule espèce chimique, la cyanidine (figure 1), dont la structure est commune à toutes les anthocyanes.

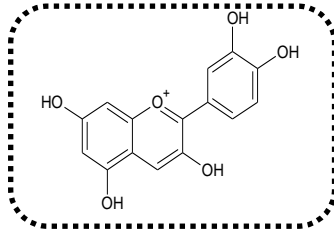
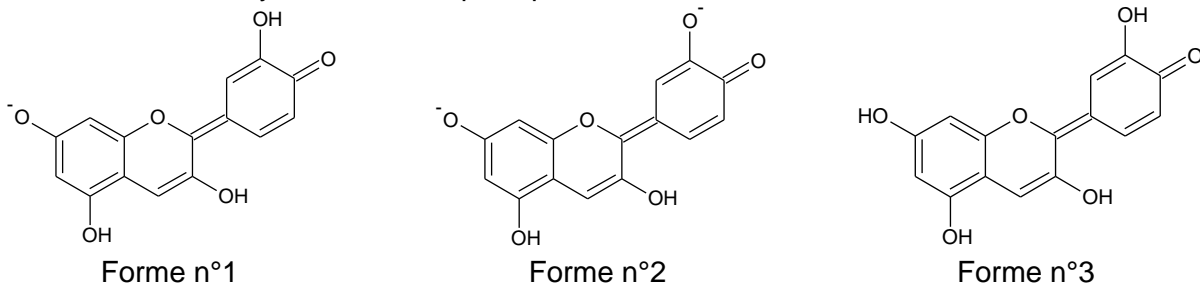


Figure 1. Formule topologique de la cyanidine

On limite la modélisation à des milieux où le pH est compris entre 4,5 et 9,0.

Dans cet intervalle, la cyanidine existe principalement sous trois formes :

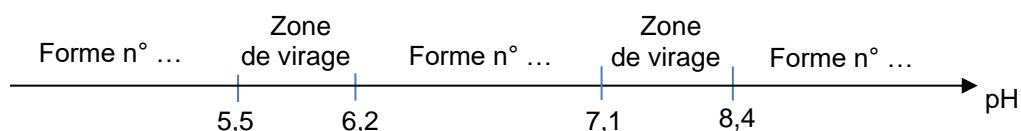


Au laboratoire, on prépare une solution de jus de chou rouge en faisant macérer pendant dix minutes dans de l'eau distillée chaude le quart d'un chou rouge coupé en morceaux. On filtre le mélange et on obtient une solution aqueuse de couleur violet-bleu intense. On fait varier le pH de la solution et on note la couleur correspondante :

Couleur	Violet	Violet	Violet-bleu	Violet-bleu	Bleu	Bleu	Bleu-Vert	Bleu-Vert	Vert	Vert
pH	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0

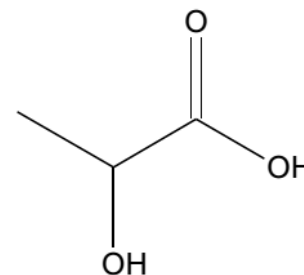
1.1. Justifier que la forme n°1 est une espèce amphotère.

1.2. Recopier le diagramme de prédominance ci-dessous pour cet indicateur coloré, compléter les pointillés, puis associer une couleur à chaque forme en solution aqueuse.



2. Titration d'un lait fermenté

Pour préparer des fromages ou des yaourts, il est nécessaire de faire fermenter du lait frais. Des bactéries appelées ferments lactiques sont utilisées pour transformer notamment le lactose du lait frais en acide lactique (figure 2).



Étude d'une solution d'acide lactique

2.1. Écrire la formule semi-développée de l'ion lactate, base conjuguée de l'acide lactique.

2.2. On veut modéliser la transformation chimique entre l'acide lactique et l'eau. On notera AH l'acide lactique et A⁻ l'ion lactate. Écrire l'équation de la réaction modélisant cette transformation chimique.

On ajoute une quantité $n = 0,050$ mol d'acide lactique à de l'eau. Le volume de la solution est $V = 1,0$ L. Le pH mesuré pour cette solution vaut 2,6.

2.3. Justifier à l'aide des données précédentes que l'acide lactique n'est pas un acide fort.

2.4. Tracer le diagramme de prédominance du couple AH/A⁻.

2.5. En déduire l'espèce prédominante dans la solution d'acide lactique.

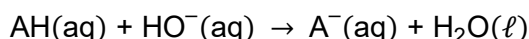
2.6. Exprimer puis calculer le rapport $\frac{[A^-]}{[AH]}$. Vérifier que la valeur trouvée est en accord avec la réponse précédente.

Titration

Lors de la fabrication des produits laitiers, pour déterminer l'avancement de la fermentation du lait, les techniciens réalisent un titrage acido-basique de l'acide lactique formé afin de déterminer l'acidité Dornic. L'acidité Dornic d'un lait doit être supérieure à 80 °D pour pouvoir fabriquer un yaourt.

La méthode Dornic consiste à titrer 10,0 mL de lait par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration en quantité de matière $C_b = 1,11 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. On note V_E le volume de solution titrante versée à l'équivalence.

On modélise la transformation chimique mise en jeu lors de ce titrage par une réaction support dont l'équation est la suivante :



On applique la méthode Dornic à un lait en utilisant le chou rouge comme indicateur coloré. Le pH avant le saut de pH vaut environ 6 et le pH à l'équivalence vaut 8,3.

Le volume versé pour atteindre l'équivalence est égal à 2,8 mL.

2.7. Justifier que le jus de chou rouge peut être utilisé pour repérer l'équivalence de ce titrage et préciser le changement de couleur du milieu.

2.8. En détaillant le raisonnement, déterminer si l'acidité Dornic du lait fermenté testé permet la fabrication d'un yaourt.

Pour cette dernière question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Exercice 3 – Un peu de vanille dans votre yaourt ? (5 points)

La vanilline est le constituant principal de l'essence de vanille. Elle est extraite de gousses de vanille séchées et fermentées.

On se propose dans cet exercice de déterminer la masse de vanilline présente dans un arôme alimentaire de vanille Bourbon. Pour cela, on commence par préparer une solution de référence dont on détermine la concentration en vanilline par titrage suivi par conductimétrie. Cette solution de référence est ensuite utilisée pour réaliser un dosage par étalonnage utilisant la spectrophotométrie.

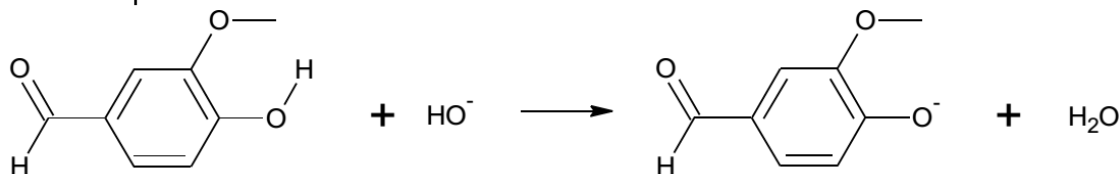
Données :

- masse molaire de la vanilline : $152 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- conductivités ioniques molaires :

Ion	H_3O^+	HO^-	Cl^-	Na^+	Vanillinate (V^-)
$\lambda^0 \text{ (mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}\text{)}$	35	20	7,6	5,0	Inconnue

1. Préparation d'une solution de référence

On réalise la dissolution d'une faible quantité de vanilline commerciale, dans une solution aqueuse basique d'hydroxyde de sodium. On obtient une solution, notée S_1 . Dans cette solution S_1 , la vanilline, notée VH , a réagi avec les ions hydroxyde pour former l'ion vanillinate, noté V^- . L'équation de la réaction modélisant cette transformation chimique est la suivante :



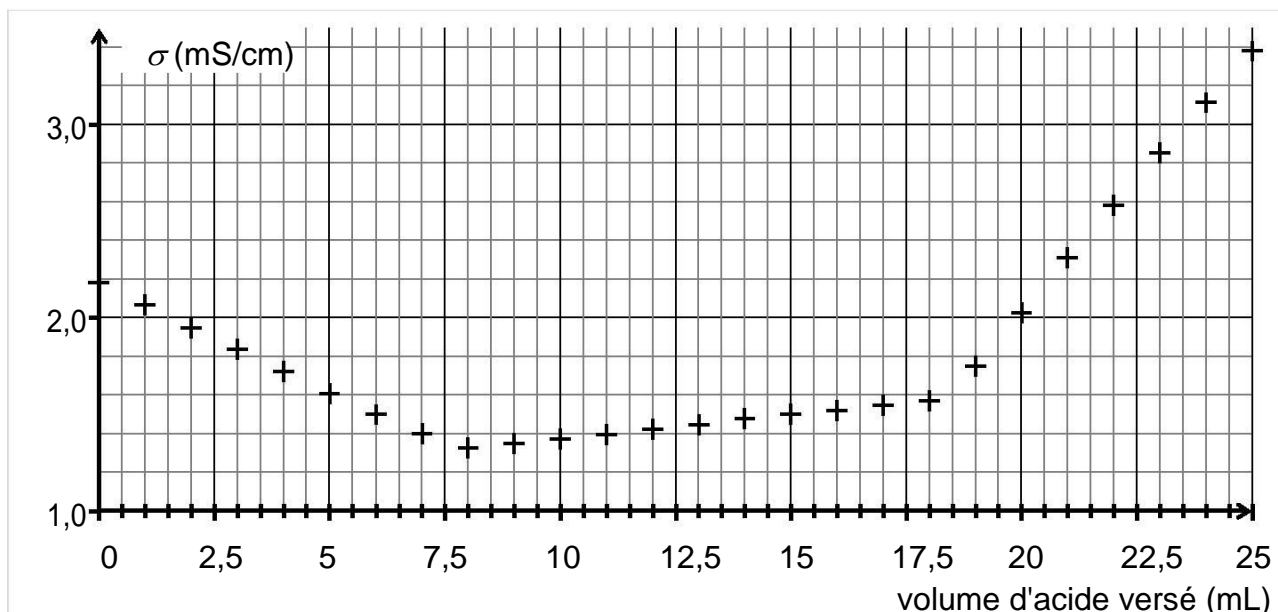
1.1. Écrire la formule brute de la vanilline.

1.2. Indiquer les deux couples acide/base mis en jeu lors de cette réaction.

2. Titrage de la solution de référence S_1

On réalise le titrage d'un volume $V_1 = 20,0 \text{ mL}$ de solution S_1 , auquel on ajoute environ 150 mL d'eau distillée, par de l'acide chlorhydrique ($\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} + \text{Cl}^-_{(\text{aq})}$) de concentration $C_a = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Le titrage est suivi par conductimétrie.

On obtient la courbe de suivi du titrage suivante :



Cette courbe fait apparaître trois phases distinctes :

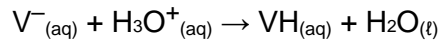
- première phase : titrage de l'excès des ions hydroxyde ;
- deuxième phase : titrage de la base conjuguée de la vanilline ;
- troisième phase : ajout d'acide en excès dans le milieu.

Première phase du titrage

- 2.1. Écrire l'équation de la réaction support du titrage qui a lieu lors de la première phase.
- 2.2. Déterminer graphiquement le volume d'acide nécessaire au titrage des ions hydroxyde.
- 2.3. Justifier la pente de la courbe lors de cette première phase.

Deuxième phase du titrage

L'équation de la réaction support du deuxième titrage peut s'écrire :



- 2.4. D'après l'allure de la courbe dans cette deuxième phase du titrage, indiquer en justifiant si la conductivité ionique molaire de l'ion vanillinate (V^-) est inférieure, supérieure ou égale à celle des ions chlorure.
- 2.5. Déterminer le volume d'acide nécessaire au seul titrage de l'ion vanillinate, en explicitant votre démarche.
- 2.6. En déduire la valeur de la concentration C_{V^-} en ions vanillinate dans la solution S_1 .

3. Dosage de la vanilline dans l'arôme alimentaire de vanille Bourbon

Protocole utilisé

- Placer 1,0 mL d'arôme alimentaire de vanille Bourbon dans une ampoule à décanter avec un peu d'eau.
- Extraire la vanilline présente dans la phase aqueuse à l'aide d'éthanoate d'éthyle et conserver la phase organique obtenue dans l'ampoule à décanter.
- Extraire la vanilline présente dans la phase organique précédente avec une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium (toute la vanilline passe dans la phase aqueuse)..
- Transvaser la phase aqueuse obtenue dans une fiole jaugée de 250,0 mL et compléter au trait de jauge avec la solution d'hydroxyde de sodium. On appelle S_2 cette solution.

À la longueur d'onde 350 nm, on mesure l'absorbance de deux solutions.

- L'absorbance de la solution S_2 obtenue à l'aide du protocole ci-dessus est $A_2 = 0,60$;
- L'absorbance d'une solution S_3 obtenue en diluant 1000 fois la solution de référence S_1 étudiée dans la deuxième partie est $A_3 = 1,27$.

La concentration en vanilline dans la solution S_3 est $C_{val} = 5,3 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Estimer la masse de vanilline présente dans 1,0 L d'arôme alimentaire, en supposant la loi de Beer-Lambert vérifiée par les solutions dans les conditions de l'expérience.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

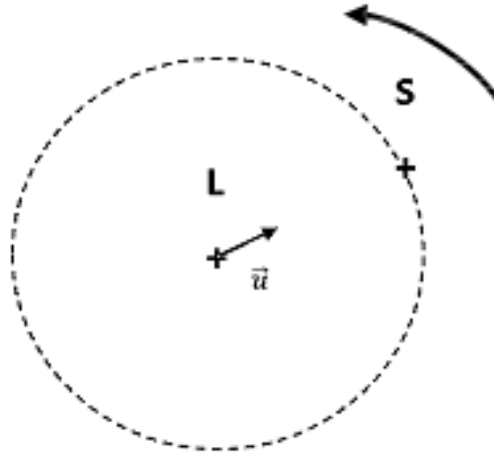
ANNEXE 1 (Exercice 1) – à rendre avec la copie

NOM :

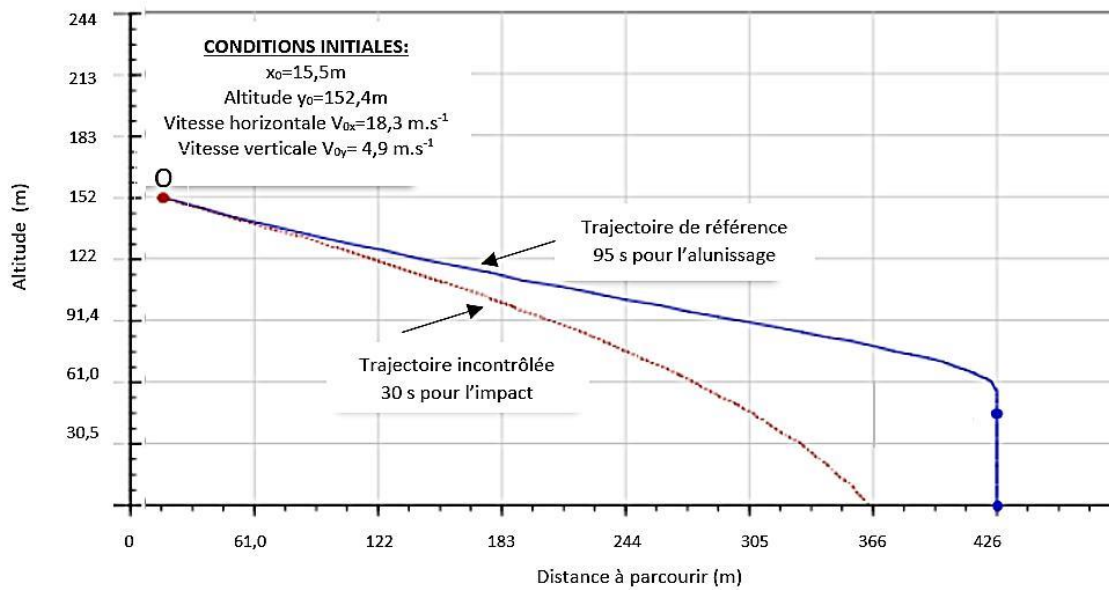
Prénom :

Questions A.2 et A.5.

Sens de rotation du satellite



Question B.1



ANNEXE 1 (Exercice 1) –à rendre avec la copie

Questions C.1 et C.3.

