Chapitres D2-D3 - Correction

Choisir un référentiel d'étude adapté à la situation

CAPEXO 1. Une bille roule dans un wagon d'un train en mouvement. Quel référentiel permet de décrire le mouvement de centre de la bille de la façon la plus simple possible ?

Si l'on veut suivre le mouvement de la bille alors qu'on est dans le train, il faut prendre le référentiel wagon : c'est dans ce référentiel que le mouvement sera le plus simple.

CAPEXO 2. Un cycliste est en mouvement. Le vélo sur lequel il est assis est-il un référentiel adapté pour décrire :

- le mouvement du cycliste ? Justifier la réponse. Non car dans ce référentiel, le cycliste ne bouge pas (on ne parle pas ici du mouvement des membres du cycliste)
- le mouvement des pédales du vélo ? Oui dans ce référentiel, chaque pédale a un mouvement circulaire (alors que le mouvement d'une pédale dans le référentiel terrestre ou dans le référentiel route est bien plus complexe).

CAPEXO 3. On veut étudier le mouvement d'une balle de tennis lors d'échanges entre 2 joueurs. Proposer un référentiel adapté et un référentiel non adapté à cette étude. Justifier la réponse.

Tout référentiel lié à la surface de la terre est adapté pour décrire l'échange : référentiel terrestre, court de tennis… Prendre le référentiel balle ne serait pas adapté (immobilité) pas plus que le référentiel géocentrique. Prendre un des deux joueurs comme référentiel compliquerait beaucoup l'étude du mouvement.

CAPEXO 4. Chercher sur internet ou dans un dictionnaire les caractéristiques des référentiels :

- terrestre
- géocentrique
- héliocentrique.

Pour chaque référentiel, proposer une situation dont l'étude serait adaptée dans ce référentiel.

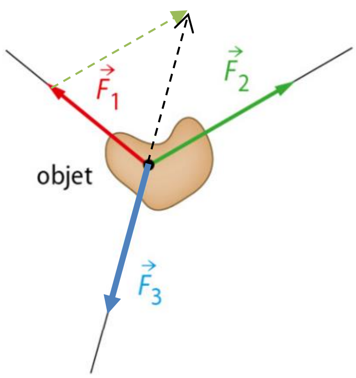
Voir modèle

Exploiter une situation d'équilibre pour en déduire un schéma de forces.

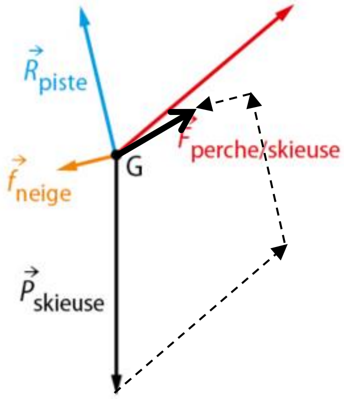
CAPEXO 5. Quelle situation correspond à une situation d'équilibre ?

Situation a (somme des forces nulle)

CAPEXO 6. Le système est en équilibre. Compléter le schéma ci-dessous en représentant la force $\overrightarrow{F_3}$ avec la bonne norme.



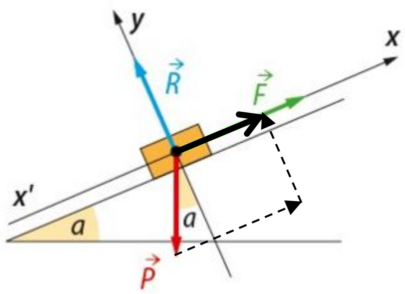
Utiliser la 2e loi de Newton pour déterminer le vecteur accélération du centre de masse à partir des forces appliquées



CAPEXO 7. Une skieuse démarre la remontée d'une pente. Les forces auxquelles elle est soumise sont représentées ci-contre. Donner le sens et la direction de son accélération.

La flèche noire large indique le vecteur somme des forces. Le vecteur accélération est de même sens et de même direction que ce vecteur.

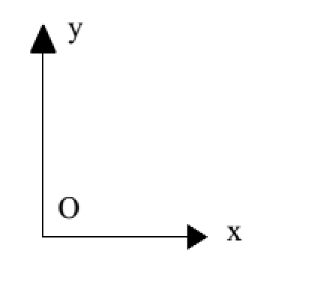
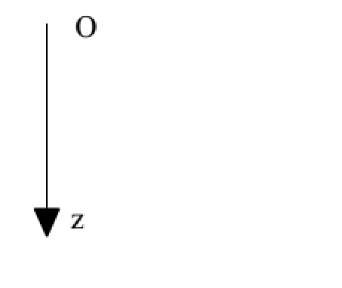
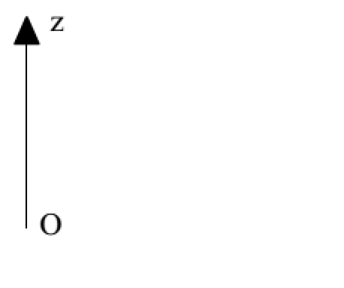
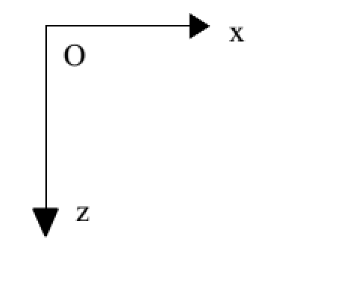
CAPEXO 8. Le système qui subit les forces ci-dessous est-il en équilibre ? Si oui justifier, sinon indiquer direction et sens du vecteur accélération.



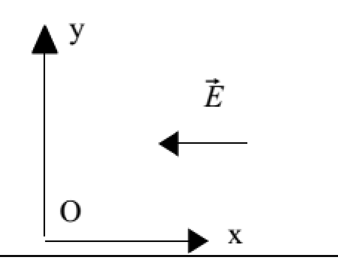
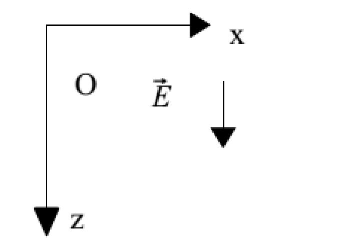
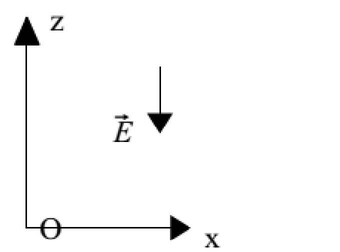
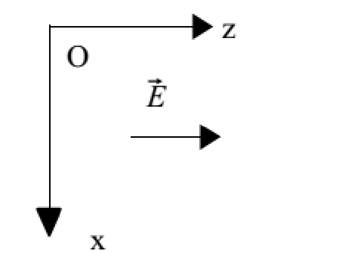
Le système n'est pas en équilibre. Le vecteur accélération est colinéaire et de même sens que le vecteur somme des forces indiqué en noir.

Exploiter la deuxième loi de Newton pour établir les coordonnées du vecteur accélération dans le cas d'un mouvement dans un champ uniforme (objet dans un champ de pesanteur uniforme, en chute libre ou particule chargée dans un champ électrique uniforme), puis les équations horaires du mouvement

CAPEXO 9. Dans les repères suivants, exprimer les coordonnées du vecteur puis celle du vecteur pour un corps en chute libre :

			
$\vec{g}\begin{pmatrix}0\\-g\\0\end{pmatrix}$	$\vec{g}\begin{pmatrix}0\\0\\g\end{pmatrix}$	$\vec{g}\begin{pmatrix}0\\0\\-g\end{pmatrix}$	$\vec{g}\begin{pmatrix}0\\0\\g\end{pmatrix}$
$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\-g\\0\end{pmatrix}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\0\\g\end{pmatrix}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\0\\-g\end{pmatrix}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\0\\g\end{pmatrix}$

CAPEXO 10. Dans les repères suivants, exprimer les coordonnées du vecteur puis celle du vecteur pour un corps en chute libre :

			
$\vec{E}\begin{pmatrix}-E\\0\\0\end{pmatrix}$	$\vec{E}\begin{pmatrix}0\\0\\E\end{pmatrix}$	$\vec{E}\begin{pmatrix}0\\0\\-E\end{pmatrix}$	$\vec{E}\begin{pmatrix}0\\0\\E\end{pmatrix}$
$\vec{a}\begin{pmatrix}\frac{-qE}{m}\\0\\0\end{pmatrix}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\0\\\frac{qE}{m}\end{pmatrix}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\0\\\frac{-qE}{m}\end{pmatrix}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\0\\\frac{qE}{m}\end{pmatrix}$

CAPEXO 11. Une bille de masse m considérée comme un objet ponctuel, est lâchée à H=2,0m du sol sans vitesse initiale. On suppose que les forces dues à l'air sont négligeables. On prend comme origine des dates celle à laquelle on lâche la bille et pour origine du repère spatial la position initiale de la bille. L'axe Oz est pris orienté vers le bas.

a- Déterminer les coordonnées du vecteur accélérateur.

$$\vec{a_G}\begin{pmatrix}a_x(t)=0\\a_y(t)=0\\a_z(t)=g\end{pmatrix}$$

b- Ces coordonnées sont-elles les mêmes si on place le centre du repère au niveau du sol ?

Oui, car le vecteur g ne dépend pas de l'origine. En revanche, si on change l'orientation des axes, les coordonnées du vecteur g et donc a changent.

CAPEXO 12. Une bille de masse m considérée comme un objet ponctuel, est lancée vers le haut depuis un point situé à H= 2,0m du sol avec une vitesse initiale de 10 $m.s^{-1}$. On suppose que les forces dues à l'air sont négligeables. On prend comme origine des dates celle à laquelle on lâche la bille et pour origine du repère spatial la position initiale de la bille. L'axe Oz est pris orienté vers le haut.

a- Déterminer les coordonnées du vecteur accélérateur.

b- Ces coordonnées sont-elles les mêmes si on place le centre du repère au niveau du sol ?

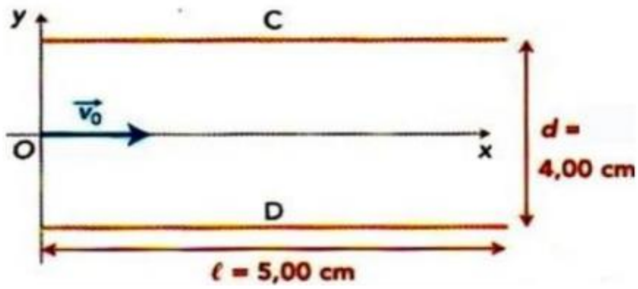
CAPEXO 13. Un plongeur, représenté uniquement par son centre de masse G effectue un saut de l'ange depuis le haut d'un tremplin de hauteur h. On néglige les frottements avec l'air lors du saut. A l'instant t=0, le plongeur entame son saut depuis le point G_0 de coordonnées z_0 selon l'axe z et 0 selon l'axe x, avec une vitesse $\vec{v_0}$ inclinée de l'angle α sur l'horizontale dans le repère $(O,\vec{i},\vec{k})$. On prend l'axe Oz orienté vers le haut. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

$$\vec{a_G}\begin{pmatrix}a_x(t)=0\\a_y(t)=0\\a_z(t)=-g\end{pmatrix}$$

CAPEXO 14. Paul lance des pierres horizontalement depuis le sommet O d'un pont à la vitesse v_0. On néglige l'action de l'air sur les pierres. On choisit pour origine du repère la position des pierres au moment où Paul les lance. On choisit un axe Oz orienté vers le bas. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

$$\vec{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t)=0 \\ a_y(t)=0 \\ a_z(t)=g \end{pmatrix}$$

CAPEXO 15. Une particule α (noyau d'hélium ${}^4_2He$) arrive au point O dans un condensateur plan avec une vitesse $\vec{v_0}$ de direction parallèle aux armatures C et D du condensateur, horizontales, de part et d'autre de l'axe Ox. Une tension U est appliquée entre ces deux armatures de longueur l et distantes de d. On négligera le poids de la particule devant la force électrostatique. On observe que la particule est déviée vers le haut. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

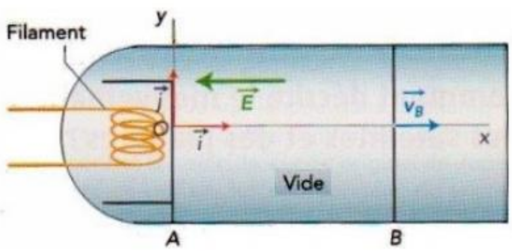


Le vecteur accélération est selon Oy. Comme la particule de charge positive (2 neutrons et deux proton) est déviée vers le haut, alors l'accélération est vers le haut, de norme 2eE/m où m est la masse de la particule (2e est sa charge car 2 protons), soit encore 2eU/(dm).

CAPEXO 16. Une particule de charge e et de masse m pénètre dans un champ électrostatique uniforme avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ inclinée de l'angle α selon l'axe Ox. On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.. Le champ électrostatique est $\vec{E} = -E\vec{\jmath}$. On utilise le même système d'axe que dans l'exercice précédent. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

$$m\vec{a}_G=\vec{F}_e=q.\vec{E}=e.\vec{E}$$ et donc $$\vec{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t)=0 \\ a_y(t)=-\dfrac{eE}{m} \\ a_z(t)=0 \end{pmatrix}$$

CAPEXO 17. Un canon à électrons est constitué d'un filament qui, lorsqu'il est porté à haute température, émet des électrons de vitesse initiale v_0 selon l'axe x. Ces électrons sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures sont verticales et ente lesquelles règne un champ électrostatique uniforme de valeur E tel que $\vec{E} = -E\vec{\imath}$. On négligera le poids de l'électron devant la force électrostatique. On utilise le référentiel terrestre. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.



$$\vec{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t)=\dfrac{-qE}{m} \\ a_y(t)=0 \\ a_z(t)=0 \end{pmatrix}$$ **ou** $$\vec{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t)=\dfrac{eE}{m} \\ a_y(t)=0 \\ a_z(t)=0 \end{pmatrix}$$

Déduire des coordonnées du vecteur accélération celles du vecteur vitesse en tenant compte des conditions initiales

CAPEXO 18. Reprendre les énoncés des capexos 11 à 17. On donne les coordonnées du vecteur accélération pour chaque cas ci-dessous. En déduire les coordonnés du vecteur vitesse dans chaque exemple.

11

- On sait que $\vec{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t)=0 \\ a_y(t)=0 \\ a_z(t)=g \end{pmatrix}$. De plus, par définition, $\vec{a_G}=\dfrac{d\vec{v_G}(t)}{dt}$. Donc par intégration, on a $\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=A \\ v_y(t)=B \\ v_z(t)=g\times t+C \end{pmatrix}$ où A, B et C sont des constantes d'intégration. On utilise alors les conditions initiales : la balle est lâchée sans vitesse initiale donc $\vec{v_{G0}}\begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=0 \\ v_{0z}=0 \end{pmatrix}$ et d'après l'expression de la vitesse déterminée ci-dessus : $\vec{v_G}(t=0)\begin{pmatrix} v_x(t=0)=A \\ v_y(t=0)=B \\ v_z(t=0)=C \end{pmatrix}$. Par identification A=B=C=0 et donc $\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=0 \\ v_y(t)=0 \\ v_z(t)=g\times t \end{pmatrix}$

$$\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=0 \\ v_y(t)=0 \\ v_z(t)=-g\times t+v_0 \end{pmatrix}$$

12

$$\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=v_0\cos\alpha \\ v_y(t)=0 \\ v_z(t)=-g\times t+v_0\sin\alpha \end{pmatrix}$$

13

$$\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=v_0 \\ v_y(t)=0 \\ v_z(t)=g\times t \end{pmatrix}$$

14

$$\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=v_0 \\ v_y(t)=\dfrac{qE}{m}\times t \\ v_z(t)=0 \end{pmatrix}$$

15

$$\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=v_0\cos\alpha \\ v_y(t)=\dfrac{eE}{m}\times t+v_0\sin\alpha \\ v_z(t)=0 \end{pmatrix}$$

16

$$\vec{v_G}(t)\begin{pmatrix} v_x(t)=\dfrac{eE}{m}\times t+v_0 \\ v_y(t)=0 \\ v_z(t)=0 \end{pmatrix}$$

17

Déduire des coordonnées du vecteur vitesse celles du vecteur position en tenant compte des conditions initiales

CAPEXO 19. Reprendre les énoncés des capexos 11 à 17. On donne les coordonnées du vecteur vitesse pour chaque cas ci-dessous. En déduire les coordonnés du vecteur vitesse dans chaque exemple.

11- $\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix} x(t)=0 \\ y(t)=0 \\ z(t)=g\dfrac{t^2}{2} \end{pmatrix}$

12- $\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix} x(t)=0 \\ y(t)=0 \\ z(t)=-g\dfrac{t^2}{2}+v_0\times t \end{pmatrix}$

13- $\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix} x(t)=v_0\cos\alpha\, t \\ y(t)=0 \\ z(t)=-g\dfrac{t^2}{2}+v_0\sin\alpha\, t+z_0 \end{pmatrix}$

14- $\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix} x(t)=v_0 t \\ y(t)=0 \\ z(t)=g\dfrac{t^2}{2} \end{pmatrix}$

15- $\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix} x(t)=v_0 t \\ y(t)=\dfrac{qE}{2\mathrm{m}}\times t^2 \\ z(t)=0 \end{pmatrix}$

16- $\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix} x(t)=v_0\cos\alpha\, t \\ y(t)=\dfrac{eE}{2\mathrm{m}}\times t^2+v_0\sin\alpha\, t \\ z(t)=0 \end{pmatrix}$

17- $\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix} x(t)=\dfrac{eE}{2\mathrm{m}}\times t^2+v_0 t \\ y(t)=0 \\ z(t)=0 \end{pmatrix}$

Établir l'équation de la trajectoire

CAPEXO 20. On donne les équations horaires pour chaque cas ci-dessous. En déduire l'équation de la trajectoire dans chaque exemple.

5- $z(x)=\dfrac{-g\times x^2}{(2\mathrm{v}_0\cos\alpha)}+\tan\alpha\, x+h$

6- $z(x)=\dfrac{gx^2}{2\mathrm{v}_0}$

7- $y(x)=\dfrac{qE}{2\mathrm{mv}_0^2}\times x^2$

8- $y(x)=\dfrac{eE}{(2\mathrm{mv}_0^2\cos^2\alpha)}\times x^2+\tan\alpha\, x$

Faire un calcul littéral et numérique pour à partir des équations-horaire ou de la trajectoire, déterminer des points particuliers du mouvement

CAPEXO 21. On suppose un mouvement rectiligne selon un axe Oz d'équation horaire z(t)=$\frac{1}{2}gt^2$. Établir l'expression littérale puis calculer la date à laquelle la bille touche le sol.

La balle touche le sol à l'instant t_{sol} pour $y(t_{sol})$=H et donc $H=\frac{g\times t_{sol}^2}{2}$ soit $t_{sol}=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 2}{9{,}81}}=0{,}64\,s$

CAPEXO 22. On suppose un mouvement rectiligne selon Oz d'équation horaire $z(t)=\frac{1}{2}gt^2+v_0t$.

a- Établir l'expression littérale de la hauteur maximale atteinte par la bille puis calculer sa valeur.

La hauteur est maximale cela signifie donc que la dérivée de la hauteur (donc v_Z) est nulle. Donc cela correspond à l'instant t_1 tel que $v_z(t_1)=-g\times t_1+v_0$ soit $t_1=\frac{v_0}{g}=\frac{10}{10}=1\text{s}$. A cet instant, on a alors : $z(t)=\frac{-g\times t_1^2}{2}+v_0\times t_1=\frac{-9{,}81\times 1^2}{2}+10\times 1=5{,}1\,m$ soit 7,1 m du sol.

b- Établir l'expression littérale de la date à laquelle la balle touche le sol puis calculer sa valeur. Calculer alors sa vitesse.

La balle touche le sol pour t_2 tel que $z(t_2)$=-H et donc on résout l'équation : $-H=\frac{-g\times t_2^2}{2}+v_0\times t_2$ soit $0=\frac{-g\times t_2^2}{2}+v_0\times t_2+H$. C'est une équation du seconde degré qu'on résout classiquement. Et on trouve t_2=1,33s. On a alors $v=v_z(t_2)=-g\times t_2+v_0=-9{,}81\times 1{,}33+10=-3{,}05\,m/s$. La vitesse est négative selon z, c'est logique car la balle est en mouvement vers le bas

CAPEXO 23. Pour servir un joueur de tennis lance la balle verticalement vers le haut, il veut la frapper lorsqu'elle atteint 90cm de plus que l'endroit où elle a quitté la main du joueur. Quelle est la valeur minimale de la vitesse pour qu'il puisse faire son service ? Quelle durée sépare l'instant où la balle est lancée de celui où elle est frappée ?

On est dans le cas de l'exercice 4. L'équation horaire du mouvement est $z(t)=\frac{-g\times t^2}{2}+v_0\times t$ si l'on considère comme origine le point initial de lancé de la balle et l'axe des z vers le haut. La balle atteint le point à 0,90cm une première fois à l'aller et une deuxième fois, à l'instant t_1 au retour. C'est ce point qui nous intéresse.

On résout donc l'équation suivante : $z(t)=\frac{-g\times t_1^2}{2}+v_0\times t_1=0{,}9$ soit, $\frac{-g\times t_1^2}{2}+v_0\times t_1-0{,}9=0$. Il s'agit d'une équation au second degré. $\Delta=b^2-4ac=v_0^2-4\times(-g/2)\times(-0{,}9)=v_0^2-17{,}7$. Pour que la balle arrive suffisamment haut il faut que $\Delta\geqslant 0$ et donc $v_0\geqslant\sqrt{17{,}7}=4{,}2\,m/s$

On a alors deux solutions à l'équation : $t_1=\frac{-v_0-\sqrt{v_0^2-17{,}7}}{-g}=\frac{v_0+\sqrt{v_0^2-17{,}7}}{g}$ et $t_1'=\frac{-v_0+\sqrt{v_0^2-17{,}7}}{-g}=\frac{v_0-\sqrt{v_0^2-17{,}7}}{g}$. D'après les deux expressions, $t_1'<t_1$, donc t_1' correspond à l'instant où la balle atteint 90cm sur la montée et t_1 sur le retour. Donc c'est t_1 qui correspond à notre question et la durée entre le lancer et le service est $\Delta t=t_1-t_0=t_1$.

CAPEXO 24. Lors du tournage d'un film, on lâche du haut d'un pont un objet qui doit tomber sur les sièges arrière d'une voiture décapotable 11m plus bas. La vitesse de la voiture est constante de égale à 20m/s.

Où doit se trouver la voiture lorsque l'objet est lâché ?

On est dans le cas de l'exercice 6, si l'on considère l'origine comme le point de départ de l'objet sur le pont et l'axe Oz orienté vers le bas. Il n'y a pas de vitesse initiale. Les équations horaires sont alors :

$$\vec{OG}(t)\left|\begin{array}{c} x(t)=0 \\ y(t)=0 \\ z(t)=\frac{g\times t^2}{2} \end{array}\right| .$$

l'objet aura chuté de 11m à l'instant t_1 pour lequel $z(t_1)=11$. On résout donc l'équation : $g\frac{t_1^2}{2}=11$, ce qui donne $t_1=\sqrt{\frac{2\times 11}{g}}=1{,}50\,s$. Or, à cet instant l'automobile doit être dessous. Elle aura avancé d'une distance $d=v_0 t_1=1{,}5\times 20=30\text{m}$. Il faut donc que la voiture soit à 30mètres derrière l'objet selon l'axe horizontal lorsqu'on lâche l'objet pour que celui-ci tombe au bon endroit.

CAPEXO 25. On connait les deux vecteurs suivants pour un mouvement particulier.

$$\vec{OG}(t)\left|\begin{array}{c} x(t)=v_0\cos\alpha\, t \\ y(t)=0 \\ z(t)=\frac{-g\times t^2}{2}+v_0\sin\alpha\, t+h \end{array}\right| \quad \text{et} \quad \vec{v_G}(t)\left|\begin{array}{c} v_x(t)=v_0\cos\alpha \\ v_y(t)=0 \\ v_z(t)=-g\times t+v_0\sin\alpha \end{array}\right|$$

Déterminer la hauteur maximale atteinte par le plongeur.

La hauteur maximale est atteinte pour $\frac{dz}{dt}=v_z(t)=0$ cela signifie que, à cet instant t_1, on a $-g\times t_1+v_0\sin\alpha=0$ soit $t_1=\frac{(v_0\sin\alpha)}{g}$. et on a alors $z(t_1)=\frac{-g\times t_1^2}{2}+v_0\sin\alpha\, t_1+h$. En remplaçant par l'expression de t_1 : $z_{max}=\frac{-(v_0^2\sin^2\alpha)}{2g}+\frac{v_0^2}{g}\sin^2\alpha+h$.

CAPEXO 26. On connait les deux vecteurs suivants pour un mouvement particulier (axe Oz vertical vers la bas).

$$\vec{OG}(t)\left|\begin{array}{c} x(t)=v_0 t \\ y(t)=0 \\ z(t)=\frac{g\times t^2}{2} \end{array}\right| .$$

Montrer que toutes les pierres atteignent l'eau au bout de la même durée.

Les pierres atteignent l'eau à l'instant t_1 tel que $z(t_1)=g\frac{t_1^2}{2}$, c'est à dire $t_1=\sqrt{\frac{2z(t_1)}{g}}=\sqrt{\frac{2h}{g}}$. Ce temps ne dépend pas ni de m ni de v_0. Il est donc identique pour toutes les pierres.

CAPEXO 27. On donne l'équation de trajectoire suivante : $y(x)=\frac{qE}{2mv_0^2}\times x^2$.

Calculer la valeur de la tension U entre les armatures du condensateur pour que la particule sorte au point d'ordonnée y_S=1,00cm du condensateur.

<u>Données</u> : v_0=5,00.10^5 m/s, E=U/d ; e=1,60.10 $^{-19}$ C ; m_α=6,64.10 $^{-27}$ kg ; l=5,00cm ; d=4,00cm

On sait que E=U/d. On pet donc réécrire l'équation selon U : $y(x)=\frac{qU}{2mdv_0^2}\times x^2$. On en déduit :

$$2mdv_0^2\frac{y(x)}{qx^2}=U$$