

Un Devoir Maison vise à s'entraîner, sans la contrainte du temps limité.

Il permet donc de travailler, en plus du contenu en jeu, la rédaction et la présentation...

Exercice 1 - « On the rocks »

Pour refroidir un verre de limonade (ou de whisky...), on peut y introduire un glaçon. Mais l'eau de fonte du glaçon peut affadir la boisson ou donner un goût non désiré. Boire une boisson « on the rocks » signifie qu'on y introduit plutôt un caillou (rock) glacial.

On considère pour ceci un cube de granite de côté $a = 3,0$ cm. La masse volumique du granite vaut : $\rho = 2,64 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et sa capacité thermique massique vaut $c_{gr} = 790 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Pour le refroidir avant de le mettre dans la boisson, on le suspend par un fil dans une chambre froide de température parfaitement constante $\theta_{th} = -25^\circ\text{C}$. La température du cube à la date t est notée $\theta(t)$ et sa valeur initiale vaut $\theta_0 = 15^\circ\text{C}$. Pour le flux thermique cédé par le caillou à l'air de la chambre froide, on adopte le modèle de la loi phénoménologique de Newton : $\Phi = hS(\theta(t) - \theta_{th})$ où S est la surface de contact entre le cube et l'air de la chambre froide. $h = 10 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$.



1. Calculer l'aire totale de la surface du caillou.
2. Calculer le volume du caillou.
3. Pour que le refroidissement de la boisson soit efficace, quelle grandeur caractérisant le matériau choisi doit-elle être élevée ?
4. Effectuer le bilan d'énergie interne pour le caillou pendant une durée très courte notée dt .
5. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ qu'on exprimera sous la forme suivante en donnant l'expression puis la valeur de τ : $\frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau} = \frac{\theta_{th}}{\tau}$.
6. La solution générale de cette équation est $\theta(t) = \theta_{th} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ où A est une constante réelle. Déterminer la valeur de A grâce à la condition initiale.
7. Déterminer la date à laquelle le caillou devient « glacial », c'est-à-dire que sa température exprimée en $^\circ\text{C}$ devient négative.
8. Indiquer l'influence de la capacité thermique du cube sur la valeur de cette durée.

Exercice 2 – Chauffe-biberon

On trouve sur la notice d'un chauffe-biberon : « Chauffe un biberon sorti du réfrigérateur en moins de trois minutes. Le lait est constamment mélangé pendant qu'il chauffe, afin d'éviter la formation de points chauds. »

On étudie le transfert thermique convectif Q entre le lait et un chauffe-biberon maintenant les parois du biberon à la température constante $\theta_e = 50^\circ\text{C}$.



1. À l'aide de la loi de Newton, exprimer le transfert thermique Q effectué par convection entre le système [lait] et le milieu extérieur constituant un thermostat, pendant la durée Δt .
2. Donner l'expression de Q en fonction de la masse m du système, de sa capacité thermique massique c et de sa variation de température $\Delta\theta$.
3. Déduire des relations précédentes l'équation différentielle vérifiée par la température θ du lait.

4. Montrer que l'expression $\theta = (\theta_i - \theta_e) \times e^{a \times t} + \theta_e$ est solution de l'équation différentielle avec $a = -\frac{h \times S}{m \times c}$ et θ_i la température initiale du lait.

5. Un biberon contenant du lait à la température $\theta_i = 5^\circ\text{C}$ est placé dans le chauffe-biberon.

a. Au bout de quelle durée peut-il être donné à la température de 30°C au nourrisson ?

b. La durée obtenue est-elle conforme aux données du fabricant ?

Données

- On néglige tout transfert thermique autre que convectif entre le système et le milieu extérieur.
- Surface d'échange du lait dans le biberon : $S = 270 \text{ cm}^2$.
- Coefficient d'échange convectif du lait dans les conditions d'utilisation du chauffe-biberon : $h = 300 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$.
- Capacité thermique massique du lait : $c = 4,2 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$.
- Masse du lait dans le biberon : $m = 350 \text{ g}$.
- Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$.