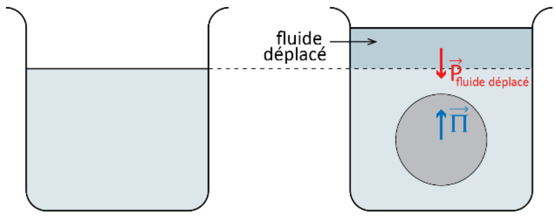
Des modèles pour l'action et l'écoulement des fluides

Rappel : notion de fluide
On désigne par « fluide » tout état de la matière n'ayant pas de forme propre. Un fluide s'écoule.
Les états liquide et gazeux sont des états fluides. L'état solide n'en est pas un.

A- La poussée d'Archimède

Expression



Tout fluide exerce sur un objet immergé une force **verticale, vers haut, égale au poids du fluide déplacé** par la présence de l'objet.
La valeur de cette poussée s'exprime donc par la relation :

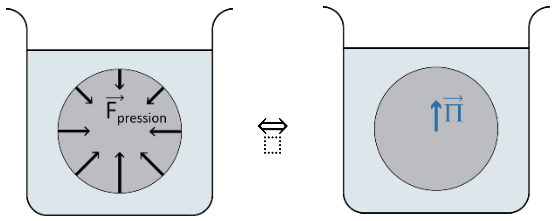
$$\begin{aligned}\Pi &= P_{\text{fluide}} \\ &= m_{\text{fluide}}g \\ &= \rho_{\text{fluide}}Vg\end{aligned}$$

L'expression vectorielle de la poussée d'Archimède est : $\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}}V\vec{g}$

- ρ_{fluide} : masse volumique du fluide en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$;
- V : volume immergé de l'objet sur lequel s'exerce la poussée en m^3 ;
- $\vec{g}$: champ de pesanteur terrestre ($9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ sur Terre au niveau de la mer).

Origine de la poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède est la « résultante » : c'est la force équivalente à la somme de toutes les forces de pressions exercées par le fluide sur l'objet immergé. Or la pression, dans un fluide, est toujours plus faible à haute altitude qu'à basse altitude. La résultante est donc dirigée vers le haut.

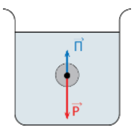


Application à la flottaison des objets

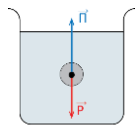
Considérons un solide totalement immergé dans un liquide. Il est soumis à deux forces :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas, de valeur : $P = mg = \rho_{\text{solide}}Vg$
- la poussée d'Archimède exercée par le fluide, verticale, vers le haut et de valeur : $\Pi = \rho_{\text{fluide}}Vg$

■ **Si le solide est plus dense que le fluide** :
$\rho_{\text{solide}} > \rho_{\text{fluide}}$ donc $P > \Pi$: le solide coule.



■ **Si le solide est moins dense que le fluide :**
$\rho_{\text{fluide}} > \rho_{\text{solide}}$ donc $P < \Pi$: le solide remonte à la surface,
le volume immergé diminue jusqu'à atteindre l'équilibre $\Pi = P$: le solide



flotte.

B- Fluide incompressible en écoulement : relation de Bernoulli

Dans tout ce paragraphe on considère un fluide incompressible (donc un liquide) en écoulement dans un conduit.

Débit volumique

Le débit volumique est le volume de fluide qui traverse une section S du conduit par unité de temps.

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

V : volume de fluide en m^3 ; Δt : durée en s ; Q : débit volumique en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.

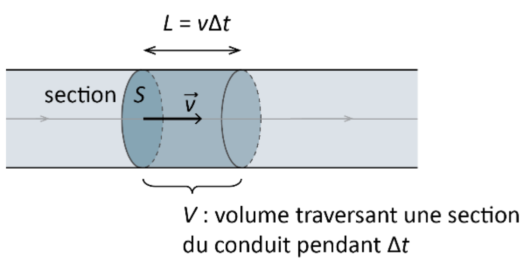
Relation entre débit volumique et vitesse d'écoulement

On considère le fluide s'écoulant pendant Δt à la vitesse v :
La distance qu'il parcourt pendant Δt vaut $L = v\Delta t$
Le volume ayant traversé la section S pendant Δt vaut donc :

$$V = S \times L = S \times v \times \Delta t$$

Le débit volumique s'exprime donc en fonction de la vitesse du fluide et de la section du conduit par :

$$Q = v \times S$$



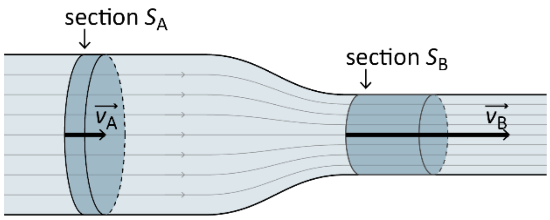
Conservation du débit volumique

Si le conduit change de section, le fluide étudié étant incompressible, **son débit volumique est constant**. On a donc, à deux positions A et B du conduit :

$$Q_A = Q_B$$
$$v_A S_A = v_B S_B$$
$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{S_A}{S_B}$$

Donc :

- si le conduit s'élargit, $S_B > S_A$ donc $v_B < v_A$: le fluide va moins vite.
- si le conduit se rétrécit (figure ci-dessous), $S_B < S_A$ donc $v_B > v_A$: le fluide va plus vite.



La relation de Bernoulli

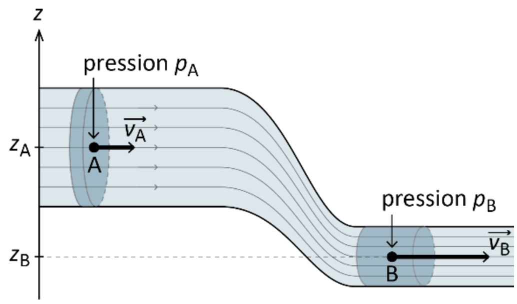
Énoncé de la loi de Bernoulli

Si un fluide s'écoule dans un conduit où la pression p et/ou l'altitude z varie(nt), alors on a : $$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p = \text{constante}$$

Cette relation est juste une application du théorème de l'énergie cinétique à une portion de fluide : les forces de pression sont non conservatives et l'énergie mécanique ne se conserve donc pas.

On a ici :

$$\frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + p_B = \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + p_A$$



Cas du fluide au repos : la statique des fluides

Si le fluide est au repos (il ne s'écoule pas), alors :

$$v_A = v_B = 0$$

Donc la relation de Bernoulli devient :

$$\rho g z_B + p_B = \rho g z_A + p_A$$
$$p_B - p_A = -\rho g (z_B - z_A)$$

On retrouve la loi de statique des fluides apprise en 1ère : la pression est plus élevée en B qu'en A.

Application de la relation de Bernoulli : l'effet Venturi

Lorsqu'un fluide incompressible s'écoule dans un conduit horizontal dont la section diminue : sa vitesse augmente et sa pression diminue.

La conservation du débit volumique entraîne une augmentation de la vitesse du fluide si la section diminue (cf ci-dessus) : $v_B > v_A$.

Or à une altitude constante, la relation de Bernoulli donne $\frac{1}{2}\rho v_A^2 + p_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + p_B$

On en déduit : $p_B - p_A = \frac{1}{2}\rho \left(\underbrace{v_A^2 - v_B^2}_{<0} \right)$